



# ANGOLI E RETTE

---

GRUPPO DI RICERCA E DI  
Sperimentazione della didattica della  
matematica del CIDI di Firenze

(Basosi Daniela, Bisogno Ilaria, Ciabini Lucia, Del  
Rosso Marta, Giansanti Stefania, Lippi Elisa,  
Papini Paola, Pellegrini Eleonora, Pistolesi Alice)

# Obiettivi essenziali di apprendimento

## Dalle Indicazioni nazionali del 2012:

- Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).
- Conoscere definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonali...) delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari).

## Obiettivi specifici del percorso:

- Concettualizzare l'angolo come ente infinito e come parte di un piano.
- Distinguere, anche in situazioni di realtà, la **direzione** ed il **verso**.
- Classificare gli angoli (concavo, convesso, acuto, ottuso, ... ) e rappresentarli con un modello.
- Rappresentare, con un modello e con il disegno, il confronto, la somma e la differenza di angoli.
- Disegnare, misurare angoli e calcolare il completamento agli angoli particolari.

**Materiali e strumenti utilizzati:**

Cartoncini colorati, fogli di plastica colorati, gomitolo di filo, un chiodo, goniometro; Lavagna tradizionale e LIM

**Ambienti:**

Aula, corridoio

**Tempo impiegato:**

15 h di attività in classe

1 h per la verifica finale

**Riferimenti per l'attività:**

«Entriamo nell'angolo» – Documentazione dell'I.C. di Montespertoli

[www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/1046/dentro-l-angolo-aavv.pdf](http://www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/1046/dentro-l-angolo-aavv.pdf)

«Dentro l'angolo» – Documentazione dell'I.C. Di Pitigliano

<http://www311.regione.toscana.it/lr04/web/lss/home>

«L'orologio: angoli, frazioni, rotazioni» – Scuola Città Pestalozzi

<https://www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/1047/l-orologio-angoli-frazioni-rotazioni.pdf>

**Libro di testo:** “*Contaci!*”, Ed. Zanichelli

# Descrizione del percorso didattico

## 1. Che cos'è un angolo?

Introduzione all'argomento partendo dall'uso della parola nella lingua italiana e dalle conoscenze pregresse degli alunni

## 2. Direzione e verso

Arriviamo a definire la direzione ed il verso attraverso situazioni ed esempi pratici

## 3. Angolo come cambio di direzione

L'angolo viene introdotto, in modo dinamico, come il risultato del cambio di direzione di una semiretta vincolata nel punto d'origine; si ricavano le proprietà fondamentali dell'angolo quali l'essere infinito e appartenere ad un piano

## 4. Confronto, classificazione, somma e differenza

Dopo aver scelto un modello di angolo, lo si utilizza per introdurre la classificazione e per operare con gli angoli

## 5. Costruiamo l'angolo di 1 grado

Tutta la classe entra dentro l'angolo grado nel corridoio della scuola

## 6. Misurare e disegnare angoli

Utilizzo del goniometro, angoli particolari con la quadrettatura e con la piegatura  
della carta

**APPROFONDIMENTO: L'orologio: ANGOLI, FRAZIONI, MISURA DEL TEMPO**

# 1. Che cos'è un angolo?

1) scrivi 5 frasi con la parola "angolo"

L'ANGOLU DELLA FINESTRA È MOLTO APPUNTITO

IO SONO ALL'ANGOLU DELLA CLASSE

GLI ANGOLI DEI TRIANGOLI SONO A PUNTA

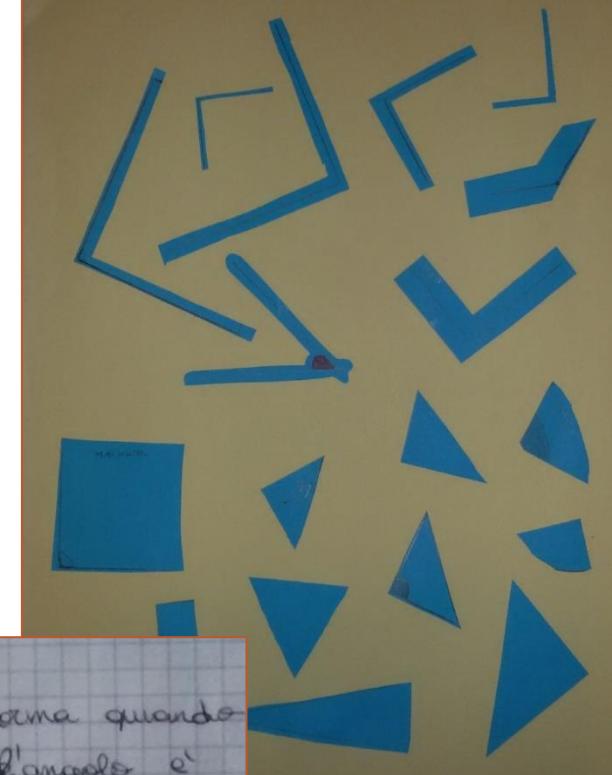
IL CERCHIO NON HA UN ANGOLU

L'ANGOLU DELLA LUMA NON È PER NIENTE APPUNTITO

Conclusioni: LA PAROLA angolo IN ITALIANO, PUÒ  
AVERE TANTI SIGNIFICATI.

Il percorso inizia con l'invito a scrivere 5 frasi con la parola «angolo».

DISEGNA E RITAGLIA  
UN ANGOLO



Questo per evidenziare come, nella lingua italiana, la parola venga utilizzata molto spesso con significati diversi da quello geometrico.

Si chiede, poi, di provare a definire l'angolo e, su un foglietto di carta, di disegnarlo e ritagliarlo.

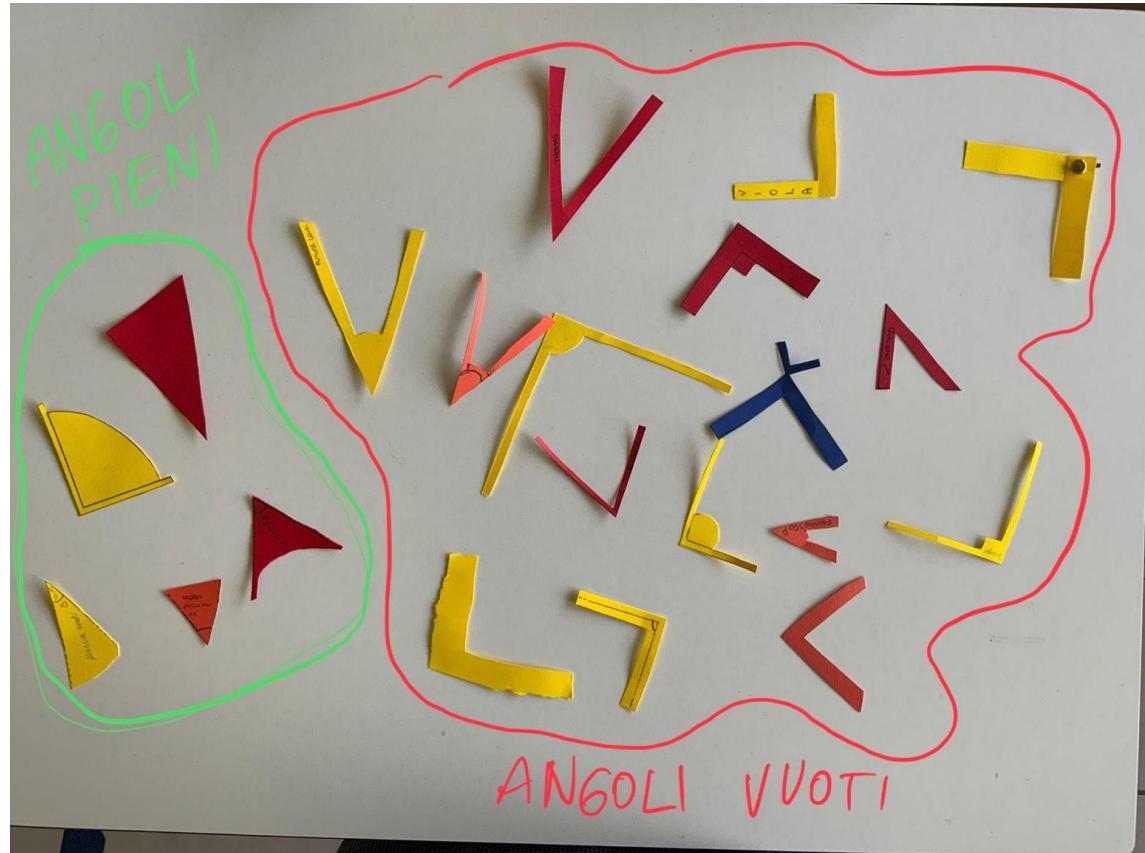
2) Ma che cosa è, per te, un angolo?  
Per me l'angolo è quel qualcosa che si forma quando due rette si incontrano (incidenti), quindi l'angolo è il punto d'incontro di due rette  
3) Sul foglietto celeste disegnare e ritagliare

Le definizioni sono, con una buona dose di imprecisione, quelle dei libri di testo. Ritagliare un angolo comporta qualche difficoltà: molti tagliano lungo i lati dell'angolo che hanno disegnato.

# Misconcetti

Analizzando i modelli costruiti dagli alunni, l'insegnante ha modo di intuire possibili misconcezioni:

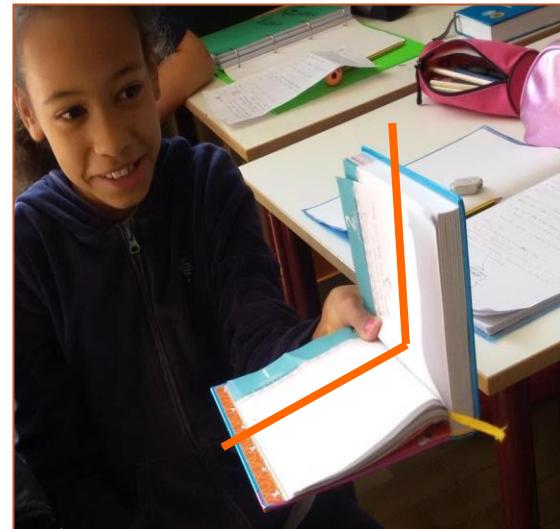
- 1) identificare l'angolo con le semirette
- 2) identificare l'angolo con l'archetto
- 3) identificare l'angolo con il vertice
- 4) pensare all'angolo come a uno spazio limitato



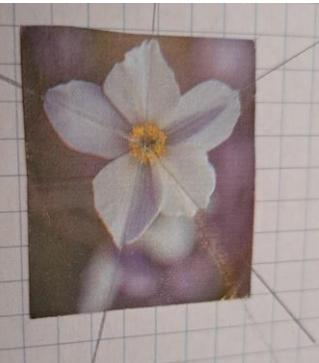
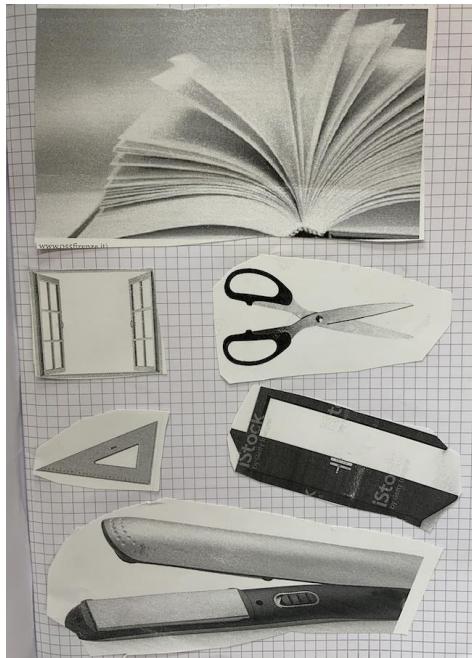
Al termine della fase 2 del percorso si arriva alla scelta di un modello condiviso, non fuorviante nel veicolare il concetto di angolo. Si potrà quindi riprendere questi primi disegni e chiedere agli alunni di trovare gli errori di queste rappresentazioni.

# Con il corpo e con gli oggetti

Gli alunni formano angoli con parti del loro corpo o con oggetti. E' possibile formare tantissimi angoli, di tutti i tipi!



# Gli angoli intorno a noi

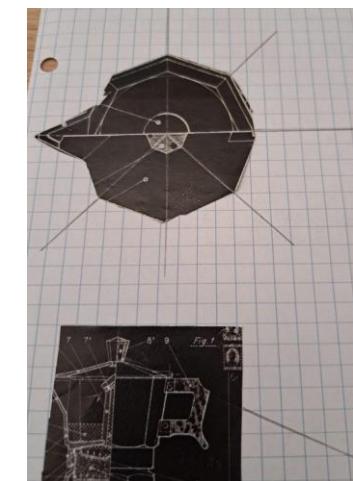
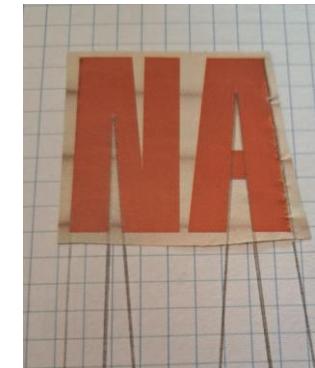


Un fiore



Come lavora a casa, chiediamo agli alunni di stampare foto o fare disegni di oggetti che richiamano l'idea di angolo.

Ci si guarda intorno  
e... anche  
viaggiando in  
autostrada  
possiamo avere  
delle sorprese...



La caffettiera

## 2. Direzione e verso

L'insegnante tende un filo tra due banchi. Si chiede ai ragazzi, immaginando che il filo non abbia inizio né fine, che cosa esso possa rappresentare.



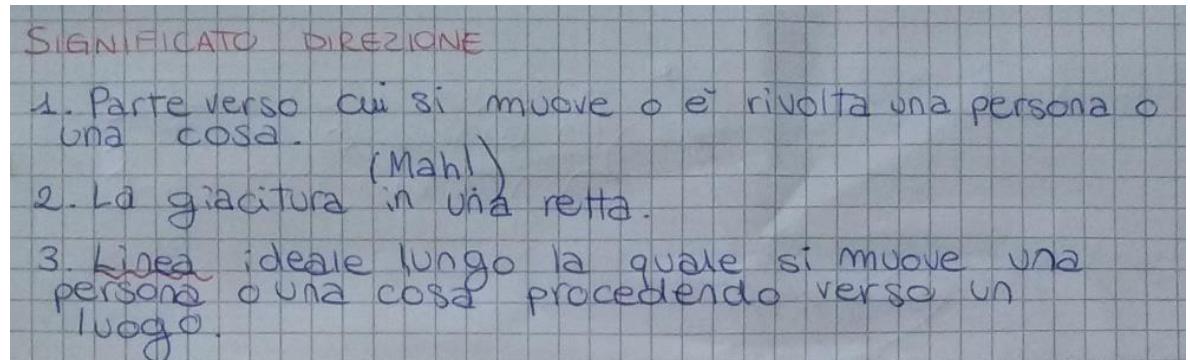
Discutendo, si conclude che il filo rappresenta una retta, e che ogni retta individua una **direzione**.

Si chiede, poi, di tendere un altro filo «in modo che abbia la **stessa direzione**». I ragazzi provano, maneggiando il gomitolo di filo e suggerendo dal posto.



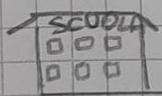
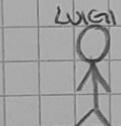
Non hanno nessuna difficoltà a legare il filo e a individuare il **parallelismo** come condizione per rispondere correttamente alla richiesta.

Il concetto di direzione è difficile da definire, per cui ci aiutiamo cercando sul vocabolario.



Le definizioni non risultano di facile comprensione, anche perché, come spesso succede, vengono usate parole più difficili del concetto che si vuole definire. L'importante, in questo passaggio, è ribadire bene l'associazione tra i concetti di direzione e di retta, e di uguale direzione e parallelismo.

Vediamo se ci siamo capiti:



Maria va a scuola. Luigi e Maria si muovono nella stessa direzione? Sì, ma in versi diversi

Sì  
13

NO  
8

Perché anche se sono percorsi diversi  
sono paralleli

Per avere la stessa  
direzione o più rette devono  
essere **PARALLELE**

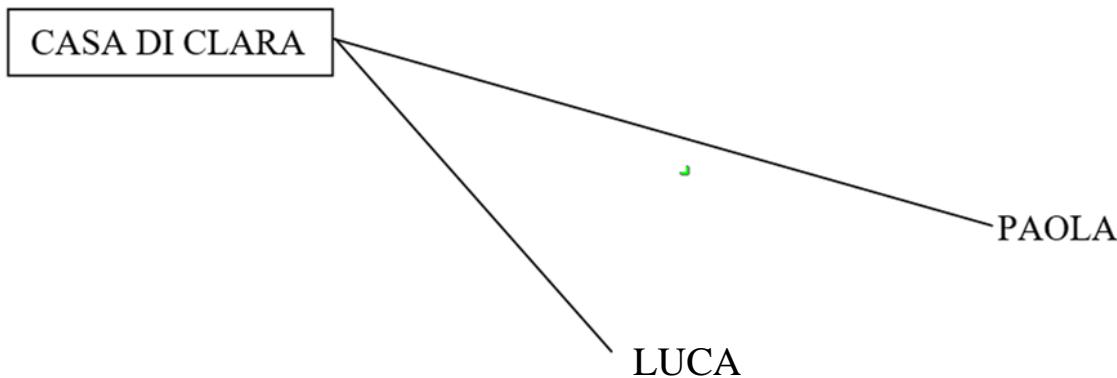
↑  
↓  
Se due rette sono parallele,  
allora hanno anche la stessa  
direzione

A questo punto  
abbiamo riflettuto,  
prima  
individualmente, poi  
con una discussione  
collettiva, sulla  
situazione riprodotta  
nel disegno.

Nonostante tutti si convincono facilmente, osservando e lavorando con i fili, che due rette parallele abbiano la stessa direzione, questo esercizio dimostra che il preconcetto, legato anche alla lingua italiana, è difficile da scardinare.

Oltre un terzo della classe scrive che i due ragazzi dell'immagine non si muovono nella stessa direzione, perché "vanno in posti diversi", "camminano su strade diverse", "non vanno dalla stessa parte", ...

Osserva il seguente disegno e rispondi:



Luca e Paola vanno a casa di Clara; si stanno muovendo nella stessa direzione?  
Spiega la tua risposta.

Vale la pena consolidare questi concetti discutendo anche questa situazione, in cui le due persone vanno nello stesso luogo su strade non parallele.

Si condividono, quindi, le definizioni di direzione e verso:

**DIREZIONE** = Retta lungo la quale avviene il movimento

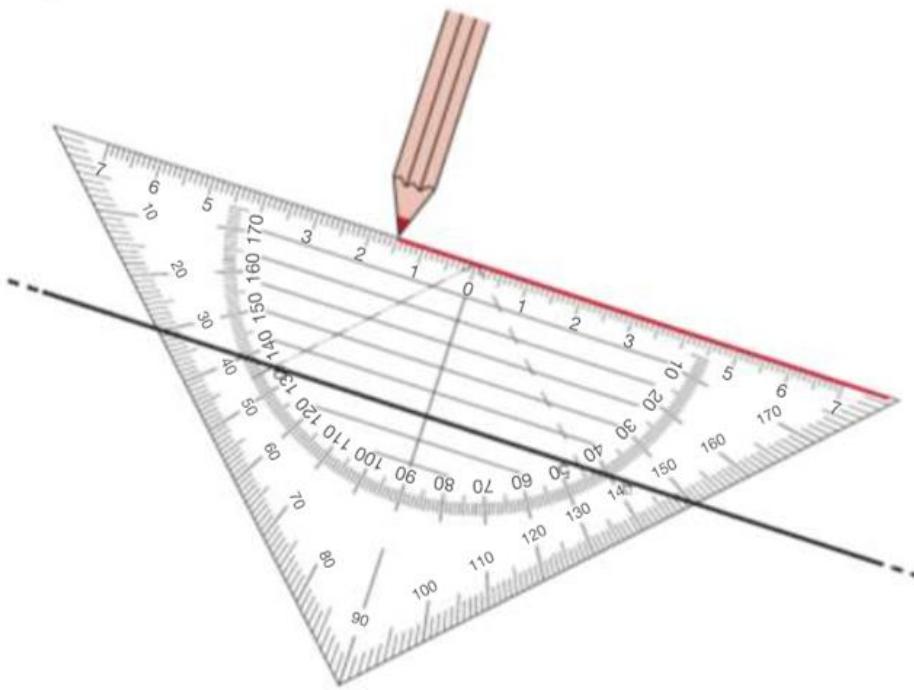
**VERSO** = Senso di percorrenza di una linea

N.B. Per ogni direzione ci sono due versi!

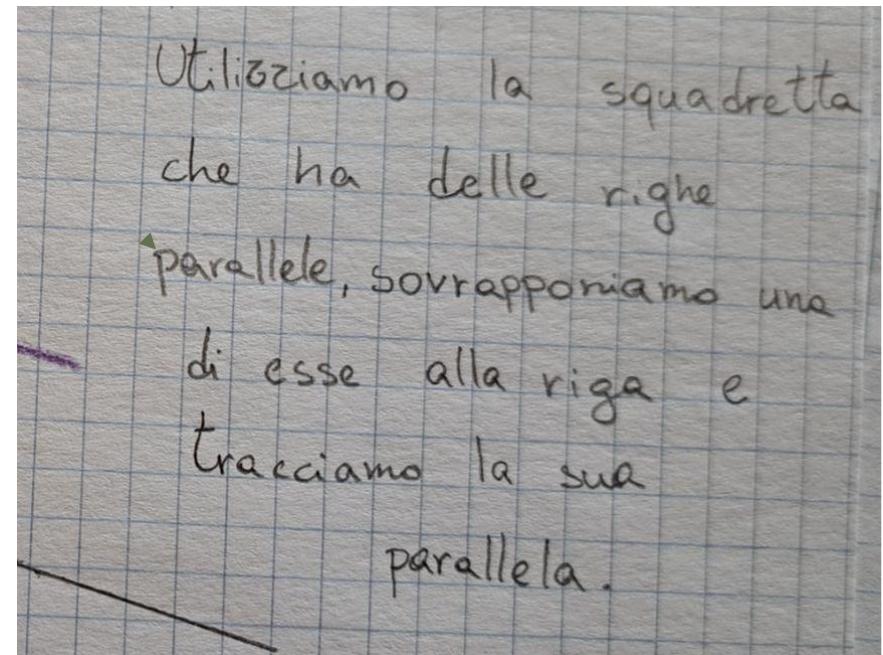
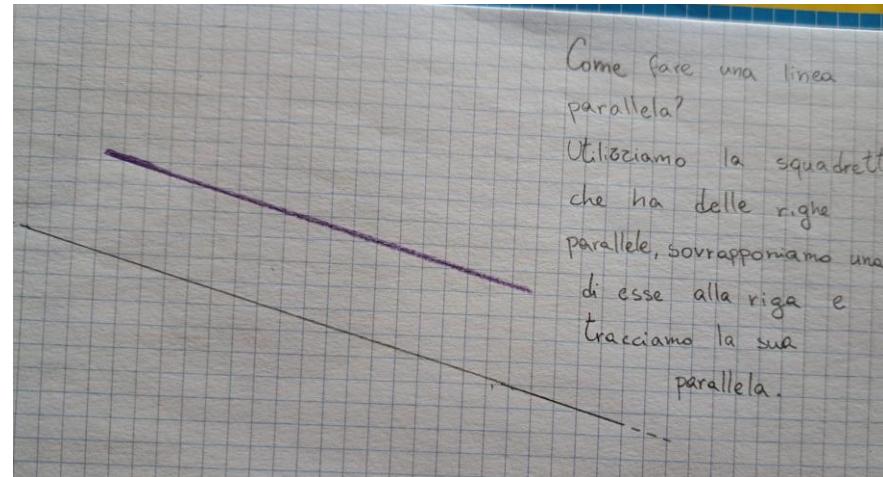
# Rette parallele: definizione e disegno

## ISTRUZIONI PER IL DISEGNO

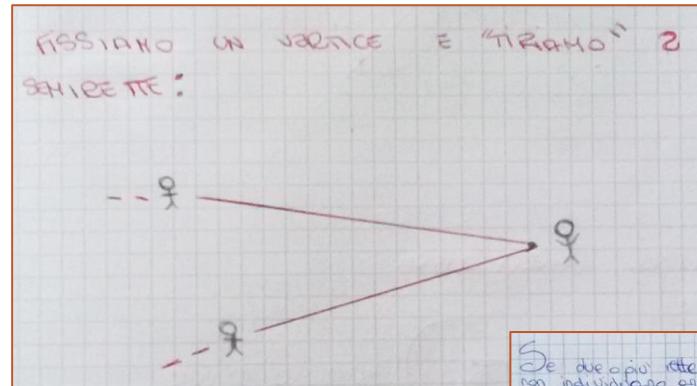
Per disegnare una retta parallela a una retta data puoi fare così:



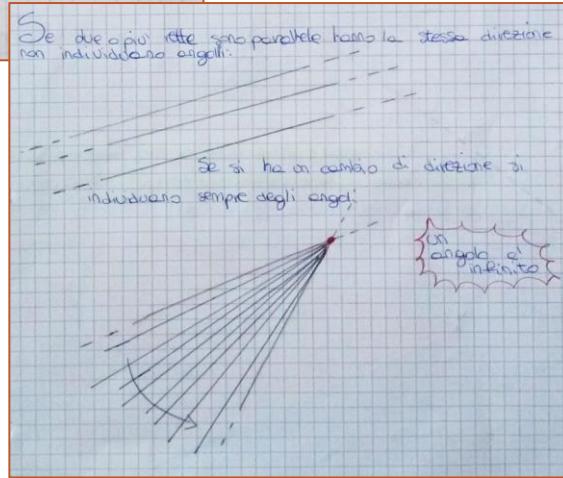
Dal libro "Contaci!", Ed. Zanichelli



### 3. Angolo come cambio di direzione



A questo punto si chiede ai ragazzi se sia possibile ottenere angoli utilizzando delle rette parallele.



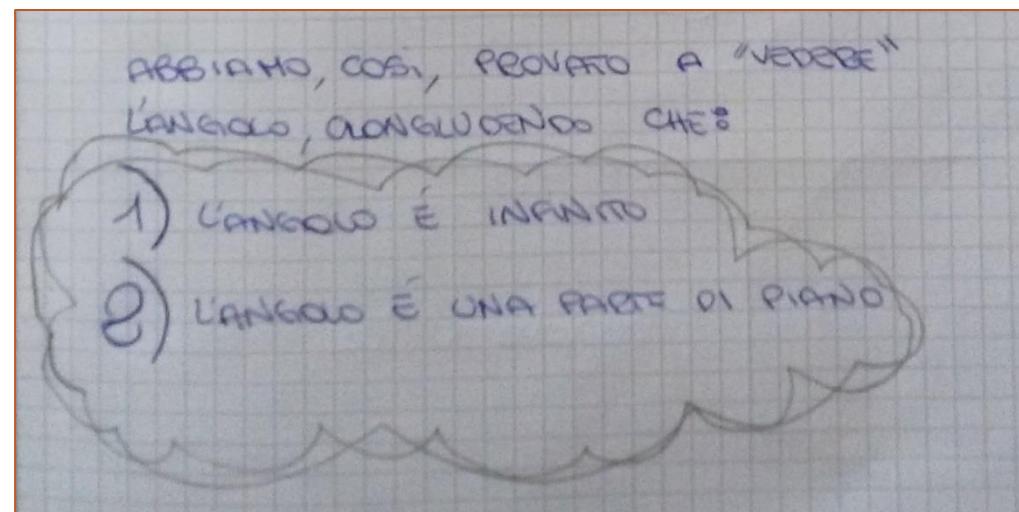
Si verifica con i fili e si rappresenta sul quaderno, concludendo che **non è possibile costruire un angolo con rette che abbiano la stessa direzione**.  
Se facciamo partire due fili (semirette) dallo stesso punto (origine) si ottengono sempre degli angoli. Dall'esperienza con i fili, considerando che le semirette si estendono all'infinito, si ricava la prima importante proprietà di un angolo:

#### 1. UN ANGOLO È INFINITO

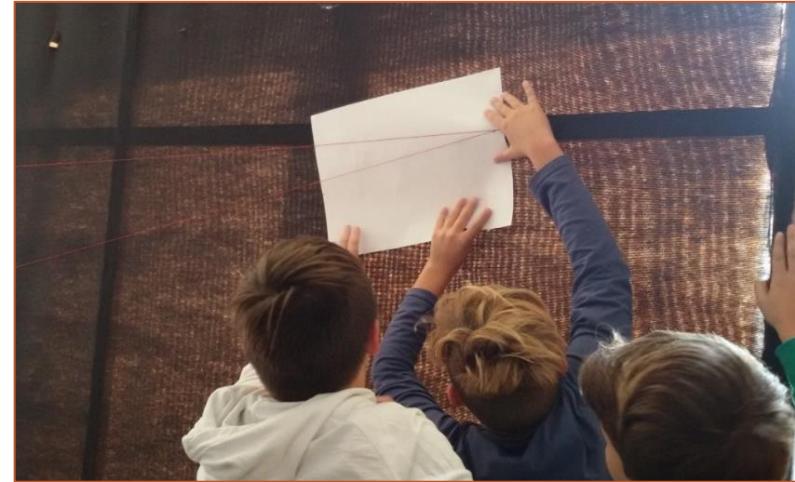
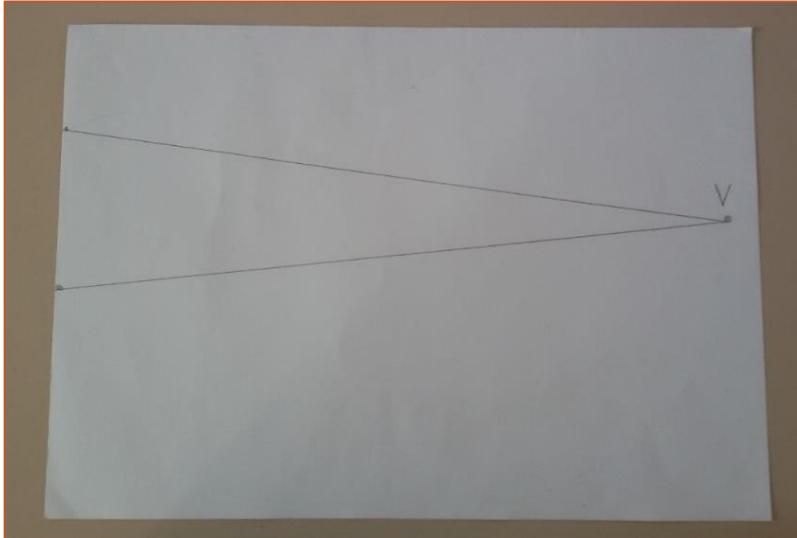


Con l'aiuto di cartoncini, banchi e di un grosso pannello nero presente in classe proviamo a «vedere» l'angolo e il fatto che esiste sempre un piano che lo contenga. Ricaviamo, così, l'altra caratteristica degli angoli:

## 2. UN ANGOLO E' UNA PARTE DI UN PIANO

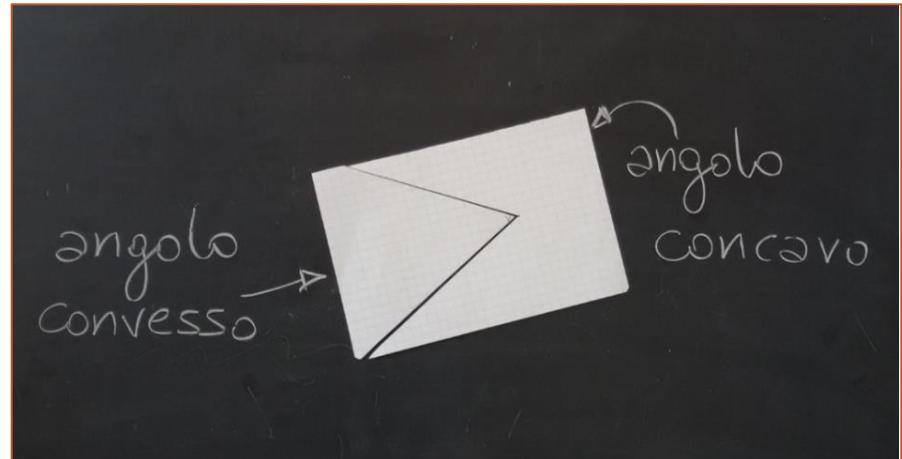


Poiché un angolo è infinito ne posso rappresentare sempre e solo una parte.  
E' possibile anche «riportare» un angolo su un foglio.



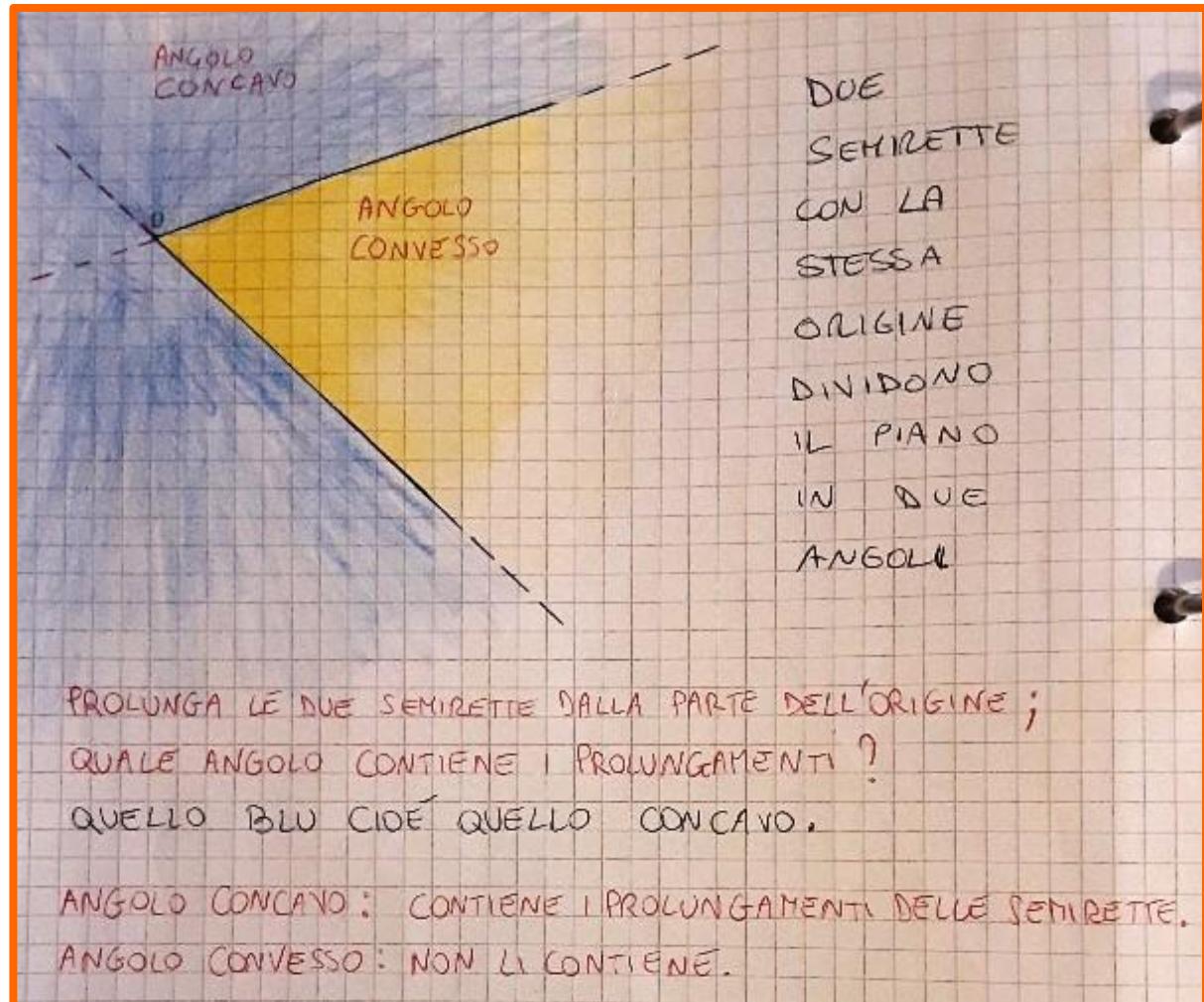
Se ritagliamo lungo i lati, è evidente che due semirette con l'origine in comune dividono il piano in due parti.

Chiamiamo **angolo convesso** «quello con la punta» e **angolo concavo** «quello con la conca».



Disegniamo sul quaderno due semirette con l'origine in comune e coloriamo l'angolo concavo e l'angolo convesso ottenuti.

Guidiamo poi gli alunni verso le definizioni corrette:



Attraverso una discussione collettiva, a questo punto richiamiamo tutte le caratteristiche dell'angolo emerse fino ad ora e si elabora una prima definizione operativa di ANGOLO:

**Due semirette con la stessa origine dividono il piano in due parti infinitamente estese.**  
**Ciascuna di queste parti di piano si chiama ANGOLO.**

Si può confrontare questa con la definizione proposta nel libro di testo o nel dizionario, chiedendo agli alunni di verificare se esprimono lo stesso concetto.

Un **angolo** è ciascuna delle due parti di piano individuate da due semirette che hanno la stessa origine.

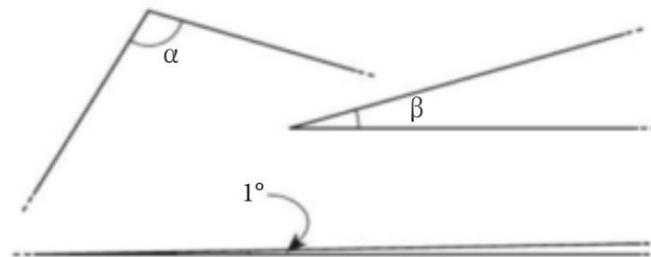
Dal libro *“Matematica in Azione”*, Ed. Zanichelli

Un **angolo** è una parte di piano compresa tra due semirette con la stessa origine.

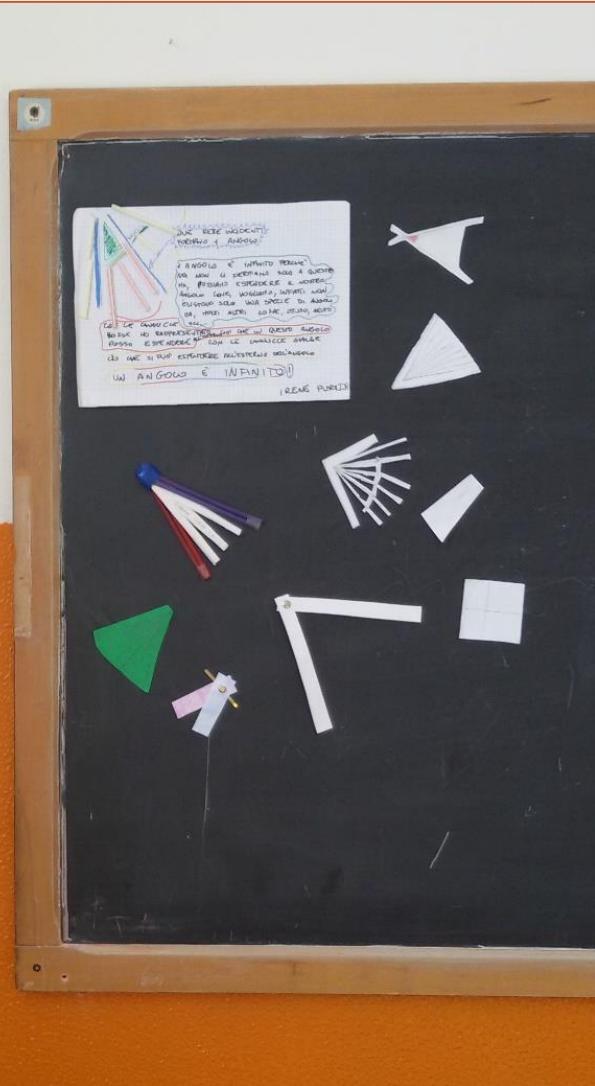
Per indicare gli angoli si possono usare le lettere dell'alfabeto greco\*.

L'ampiezza degli angoli si misura in gradi (°).

Dal libro *“Contaci!”*, Ed. Zanichelli

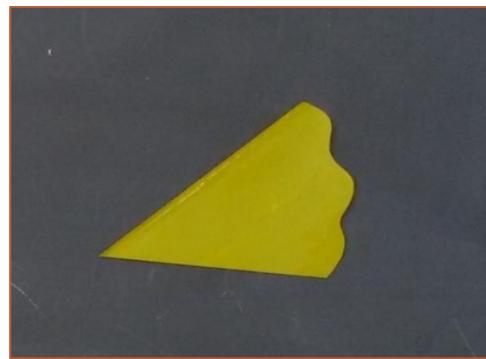


## Il nostro modello



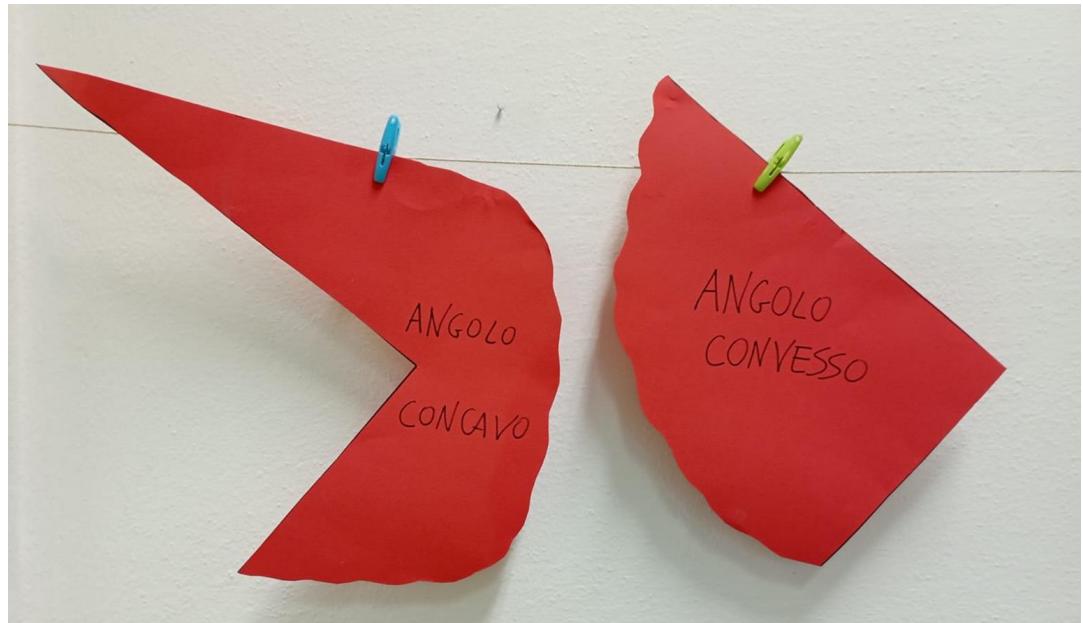
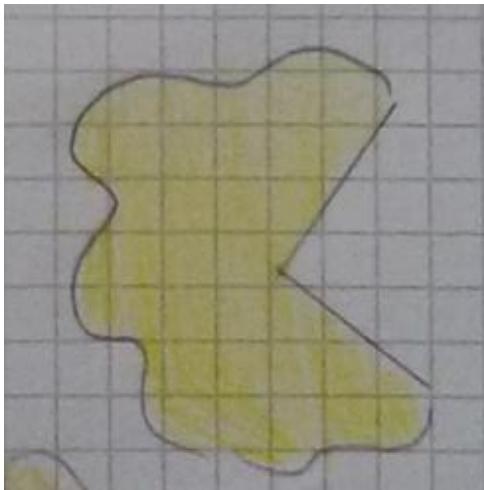
Ogni alunno, pensando alle caratteristiche dell'angolo che sono state fino ad ora ricavate, ha provato a costruire un modello che le rappresentasse.

Si nota come, nonostante tutto, molti siano rimasti legati alle rappresentazioni che si trovano sui libri.

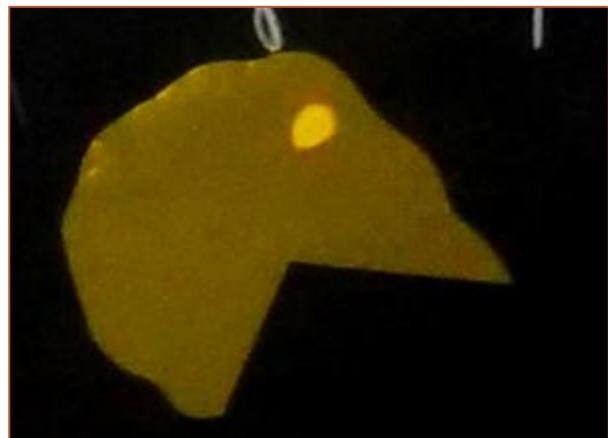


Scegliamo un modello pieno (dando così l'idea della parte di piano) delimitato da ondulazioni (che vogliono rendere l'idea di qualcosa che non finisce).

Scelto il modello, si chiede di disegnare/ritagliare anche uno o più angoli concavi, in modo che l'idea e la definizione di angolo non resti strettamente legata al solo angolo convesso.



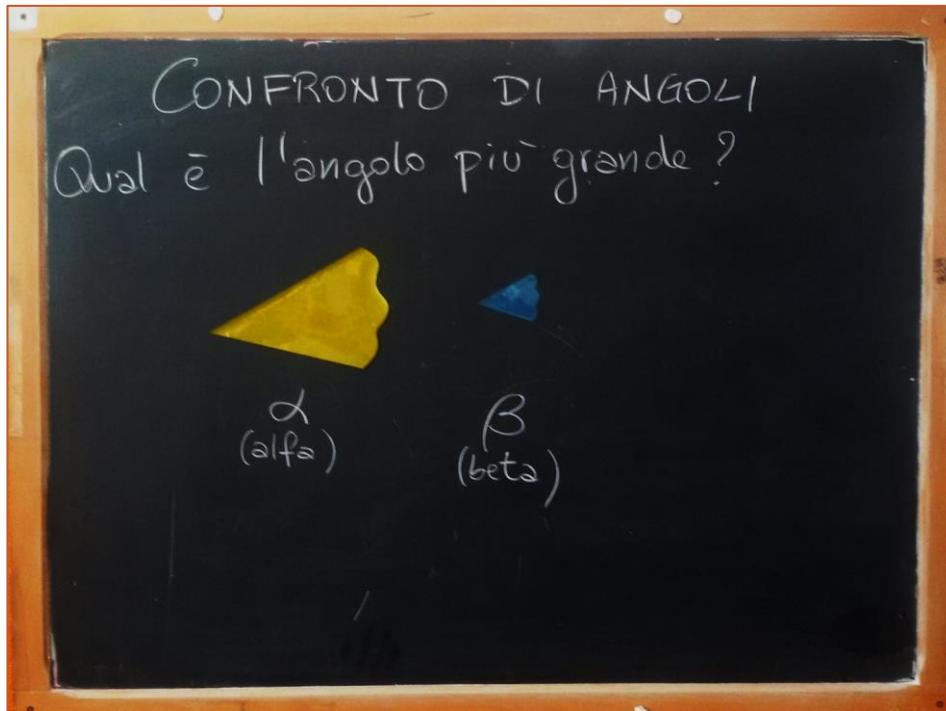
anche in classe, per avere i modelli sempre sott'occhio...



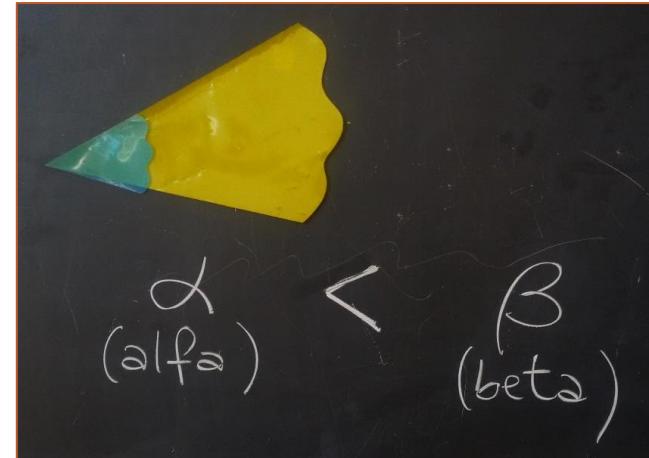
Anche l'insegnante, nel kit di modelli di angoli che può preparare con plastica o carta colorata, è bene che preveda uno o più angoli concavi da utilizzare nelle fasi successive del percorso.

# 4. Confronto, classificazione, somma e differenza

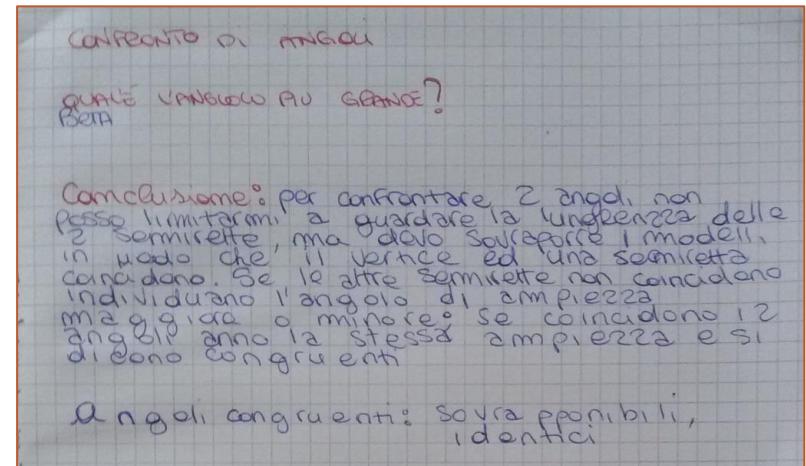
## 4.1 Confronto



Con modelli di dimensioni diverse introduciamo il confronto di angoli. Sono pochi gli alunni che si lasciano trarre in inganno...

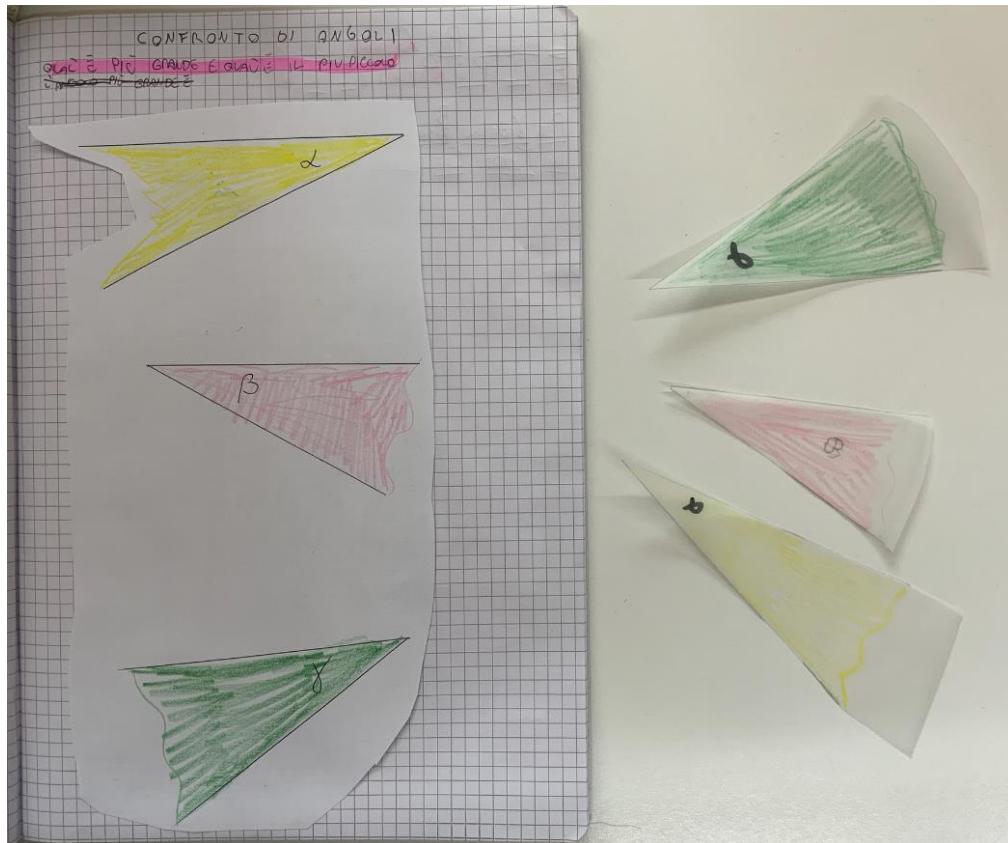


L'operazione di confronto si fa sovrapponendo gli angoli.



**ANGOLI CONGRUENTI = angoli perfettamente sovrapponibili**

Possiamo mettere in pratica l'idea di confronto distribuendo una scheda che riporta tre angoli difficilmente confrontabili "a occhio". Chiediamo agli alunni di utilizzare della carta traslucida per capire quale dei tre è il maggiore/minore. Chiediamo poi di descrivere il procedimento seguito e le conclusioni a cui si è giunti.

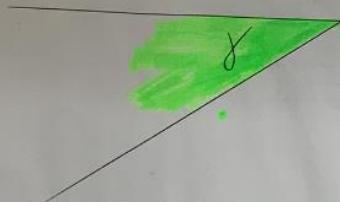
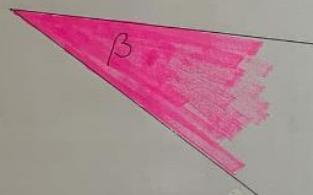
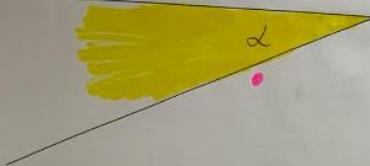


PER VEDERE  
CHE SE QUALCOSA  
E PIÙ GRANDE O  
PIÙ PICCOLO BISOGNA  
SOVRAPPORLI.

L'angolo più grande è  $\gamma$  e il più piccolo è  $\alpha$ . Per vederlo bisogna colorare di diversi colori gli angoli, sovrapporli e si vedrà il colore dell'angolo più grande.

Confronto di angoli

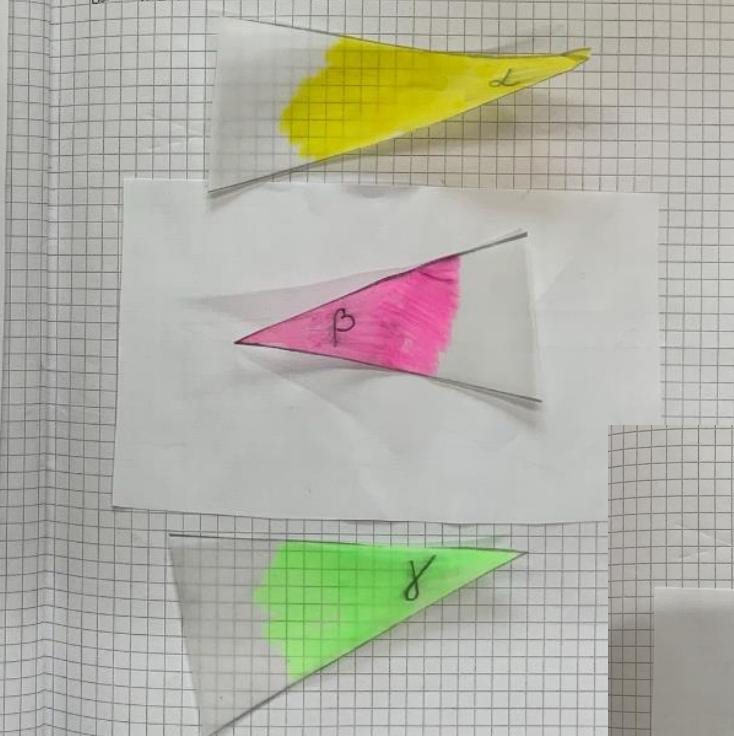
Quale di questi angoli è il più grande? e il più piccolo?



L'angolo più grande è GAMMA e il più piccolo

è ALFA;

per vederlo bisogna: ricalcari e poi sovrapporli in modo che abbiano un lato in comune, e l'origine in comune.



Ogni alunno conserva i suoi modelli in una tasca ricavata con la carta e incollata su una pagina del quaderno.



## 4.2 Classificazione



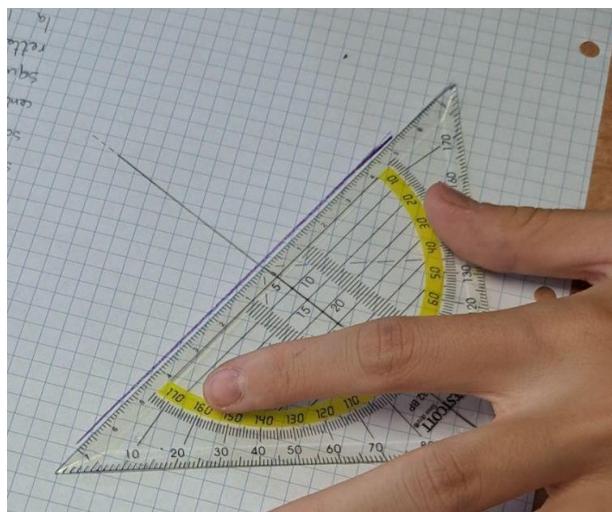
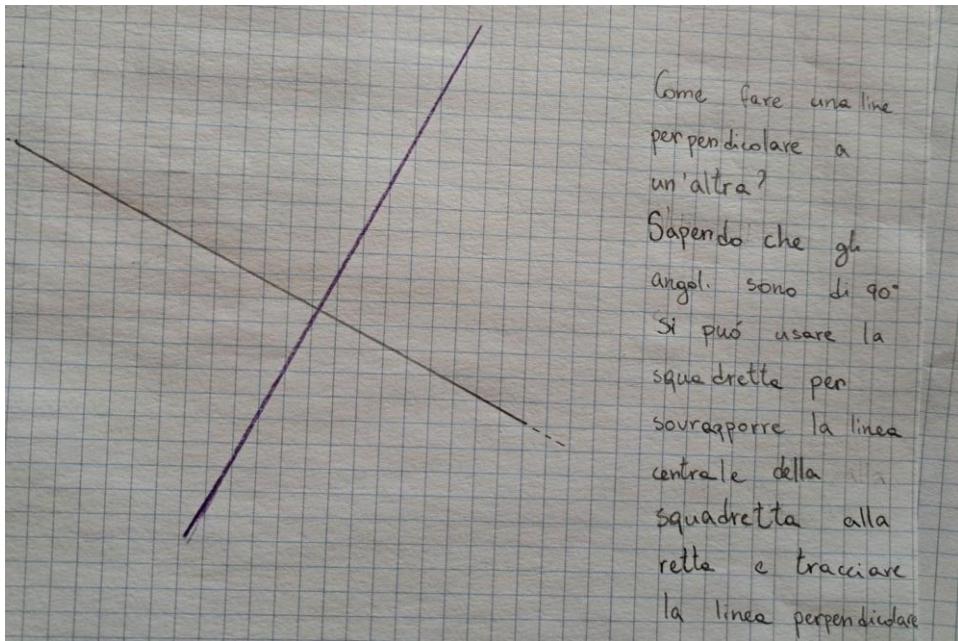
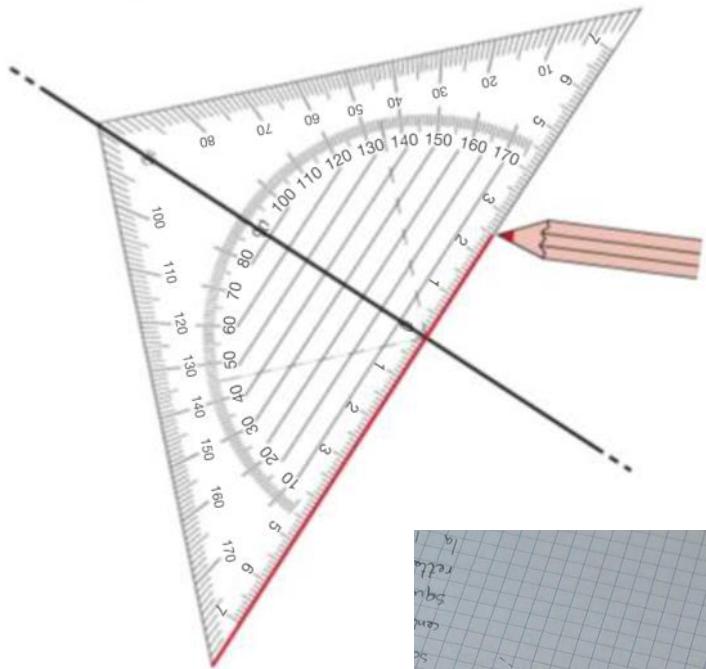
Ragioniamo con i modelli e rappresentiamo sul quaderno ricavando la classificazione degli angoli per confronto con angoli particolari:



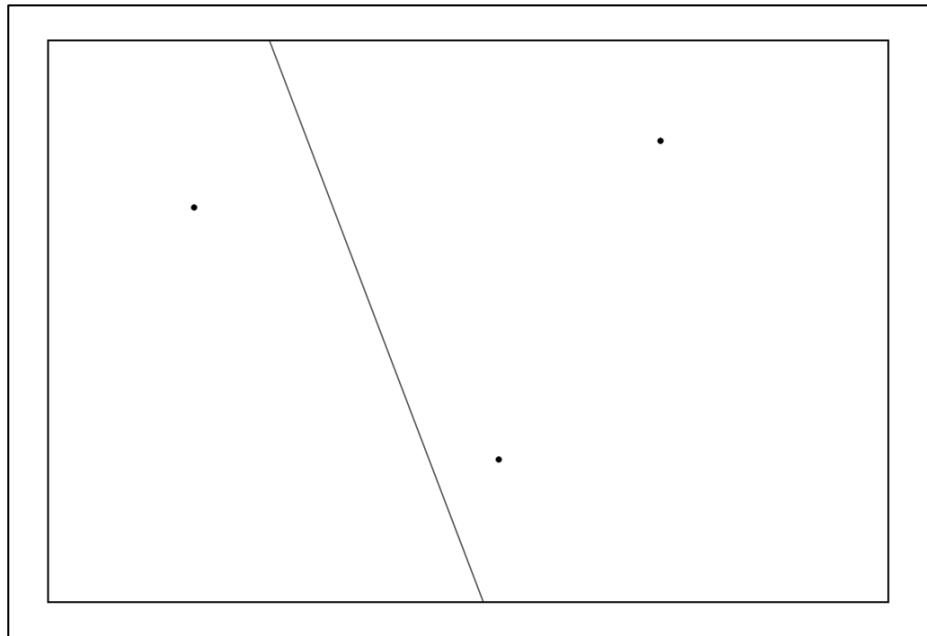
Importante far notare che uno stesso angolo può essere classificato con più di un aggettivo:  
**acuto-convesso, ottuso-convesso**

# Rette incidenti: rette perpendicolari

Per disegnare una retta perpendicolare a una retta data puoi fare così:



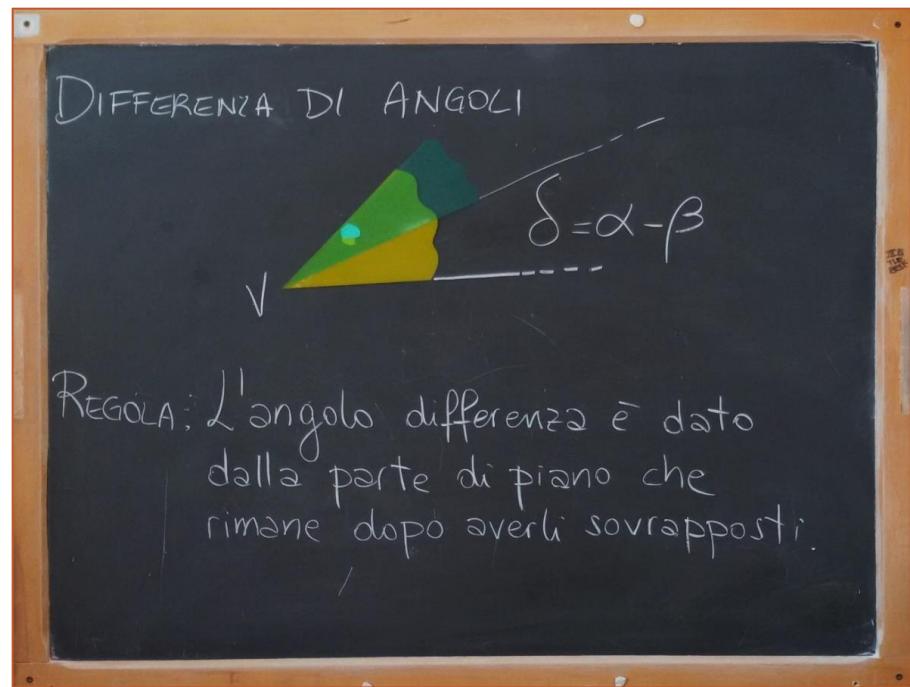
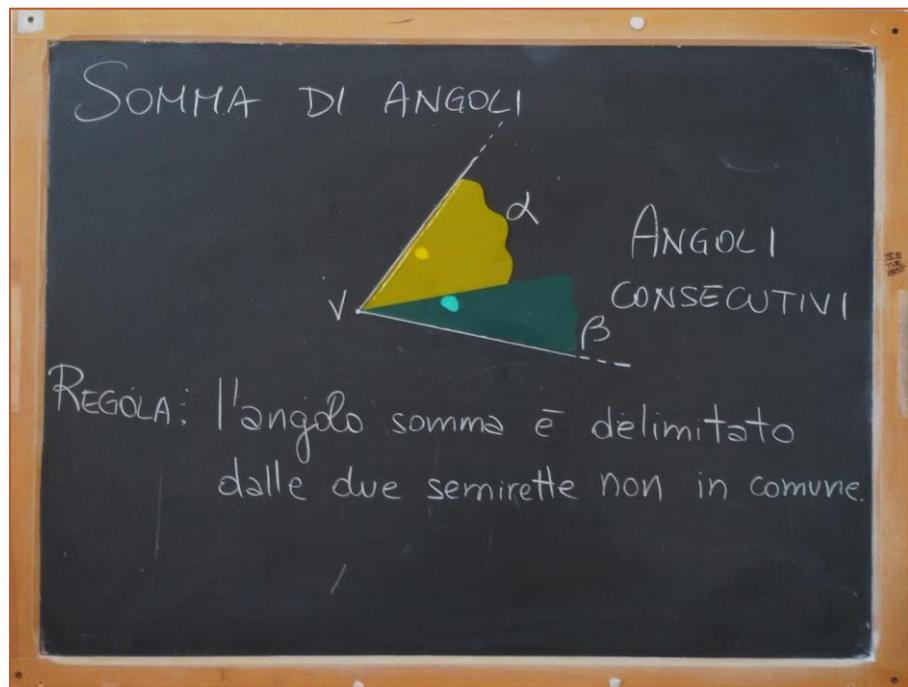
Come per le rette parallele, anche per disegnare le rette perpendicolari si può usare la squadretta nautica. Questa semplifica molto l'operazione, non necessitando della manipolazione di due squadre.



Un esercizio utile e piacevole può essere la realizzazione di un “opera astratta” chiedendo, per ogni punto del riquadro, di disegnare una retta parallela ed una perpendicolare alla retta data. Ogni alunno, poi, colorerà a piacere.

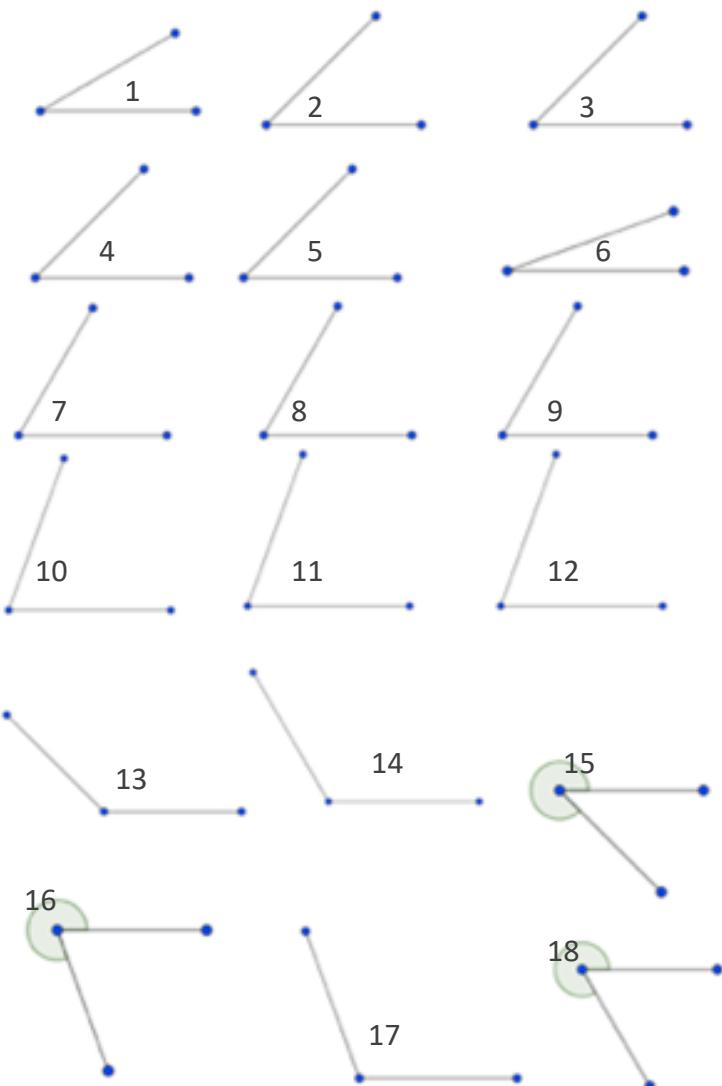


## 4.3 Somma e differenza



Se lo si ritiene utile, dopo aver rivisto il significato, generico e geometrico, dell'aggettivo consecutivo, si possono ricavare le regole operative per rappresentare la somma e la differenza di angoli. I ragazzi possono lavorare prima individualmente con i loro modellini di carta e poi alla lavagna con i modelli trasparenti forniti dall'insegnante. Il concetto di "somma di angoli", infatti, viene utilizzato nella parte successiva del percorso.

## 4.5 ANGOLI DI COMPLETAMENTO



Agli alunni viene fornita la seguente scheda e viene richiesto loro di ritagliare gli angoli, facendo attenzione al fatto che sono presenti tre angoli concavi (evidenziati con l'arco).

Successivamente viene chiesto loro di trovare quelle coppie di angoli la cui somma sia  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $360^\circ$ .

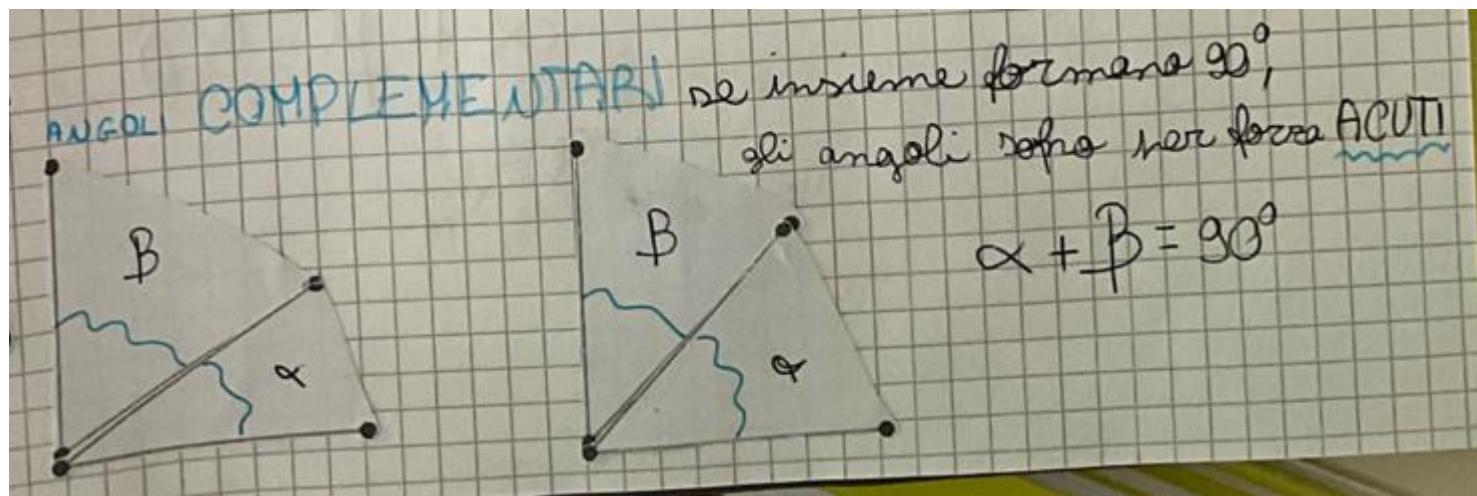
**QUANDO LA SOMMA DI DUE ANGOLI  
FORMA UN ANGOLO FONDAMENTALE  
(RETTO, PIATTO O GIRO), SI UTILIZZA UNA  
TERMINOLOGIA SPECIFICA.**

# ANGOLI COMPLETAMENTARI



Due angoli la cui somma è un angolo retto

Poiché la loro somma deve essere un angolo retto, due angoli complementari sono sempre acuti.

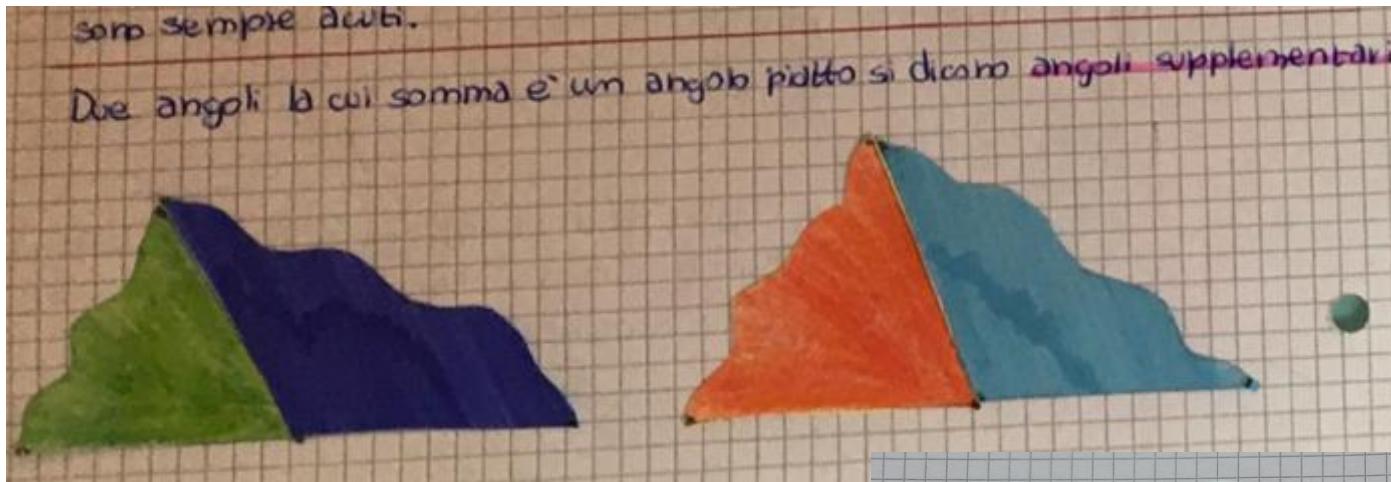


$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

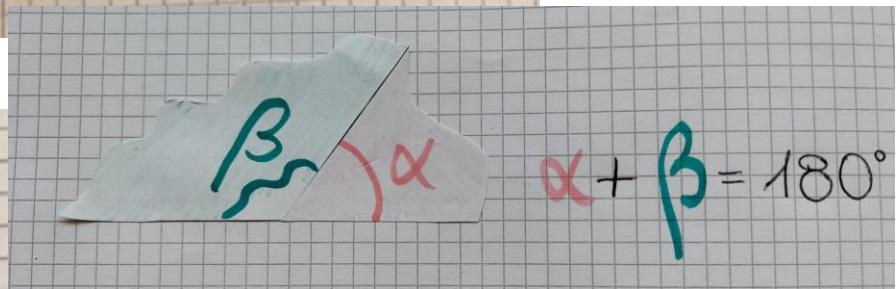
# ANGOLI SUPPLEMENTARI

sono sempre acuti.

Due angoli la cui somma è un angolo piatto si dicono angoli supplementari.



Due angoli la cui somma è un angolo piatto

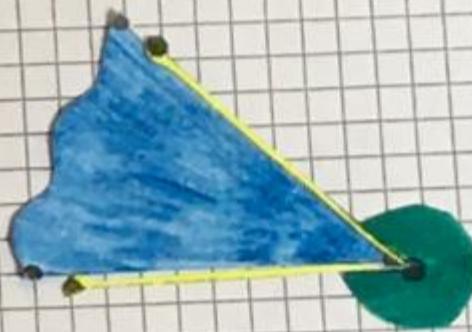
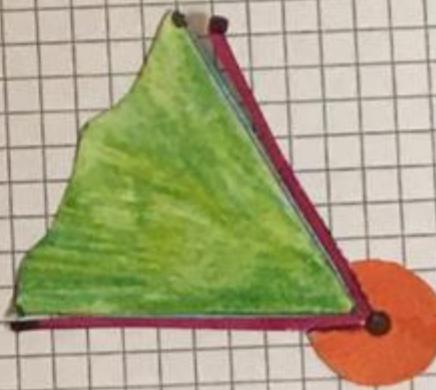


$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

# ANGOLI ESPLEMENTARI

viceversa

Due angoli la cui somma è un angolo giro si dicono angoli esplementari.



l'angolo esplementare di un angolo convesso è un angolo concavo e viceversa

Due angoli la cui  
somma è un  
angolo giro

$$\alpha + \beta = 360^\circ$$

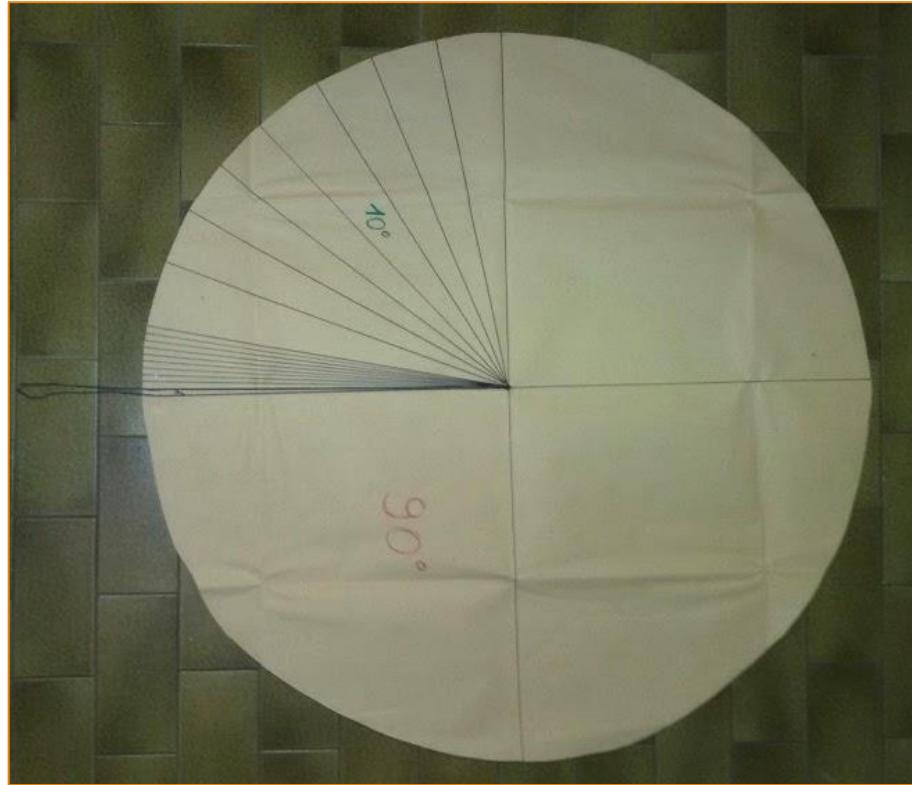
## 5. Costruiamo l'angolo di un grado

La maggior parte dei ragazzi (ma non tutti!) ha già avuto modo di utilizzare il goniometro e conosce le caratteristiche di questo strumento. Il problema che viene posto, però, è quello di costruire una specie di goniometro molto grande per poter disegnare e vedere bene l'angolo di  $1^\circ = 1/360$  dell'angolo giro.



Si sceglie il «metodo del giardiniere» per disegnare una circonferenza con il raggio di circa 50 cm.

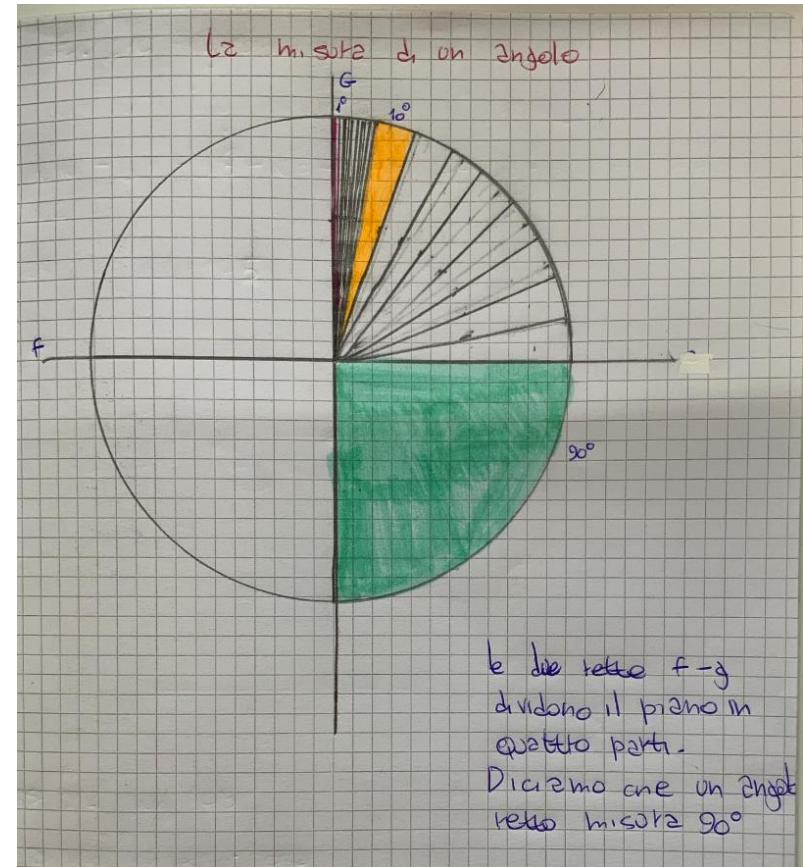
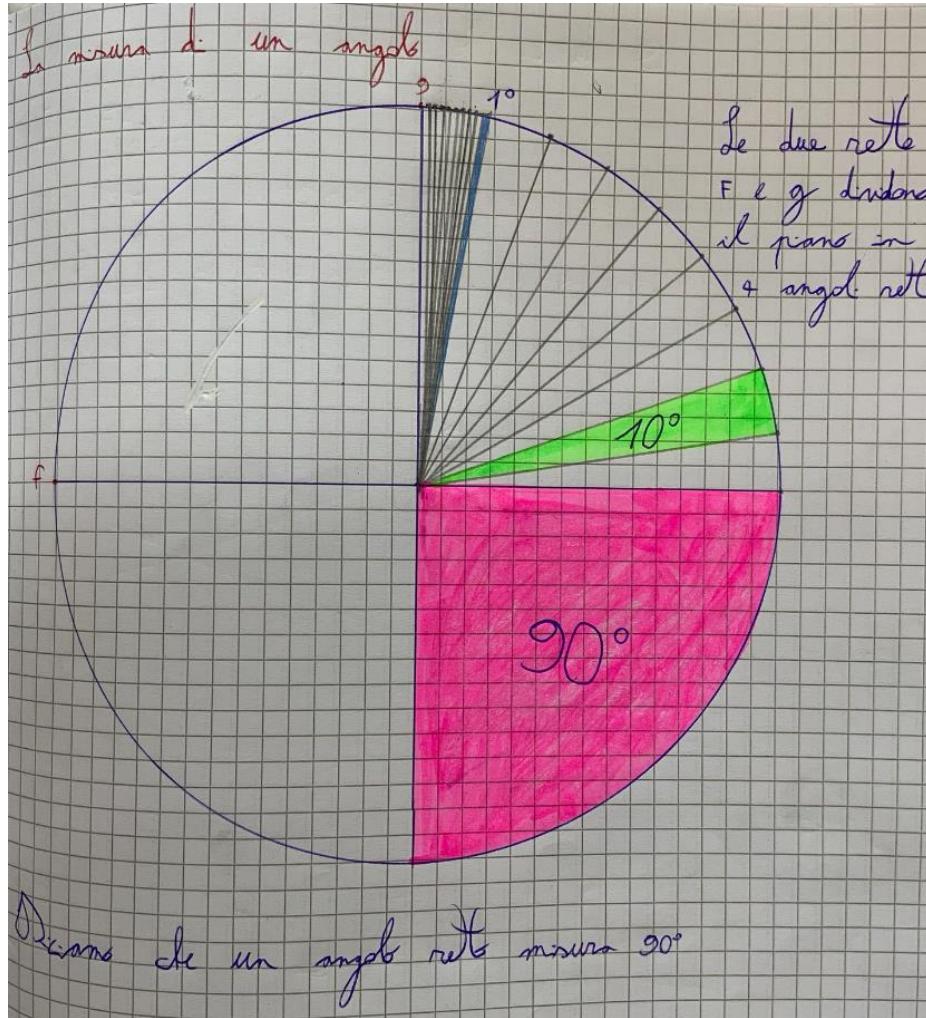
Sfruttando la piegatura della carta si divide la circonferenza in quattro angoli retti. Con il goniometro e la riga si disegnano nove settori da  $10^\circ$  l'uno, e si divide uno di questi in 10 parti uguali.



E alla fine... tutti (o quasi)  
«*dentro l'angolo*»!

Con due gomitoli di filo e un po' di scotch si prolungano i lati di un angolo grado fino a poter contenere tutti i ragazzi della classe.

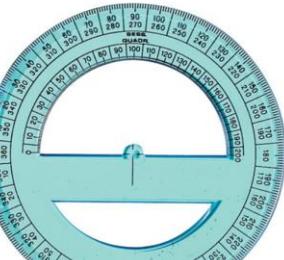
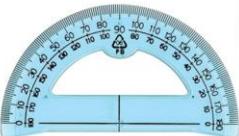
L'attività può essere ripetuta da ciascun alunno sul proprio quaderno, dove riporteremo la definizione di grado (90esima parte dell'angolo retto / 360esima parte dell'angolo giro)



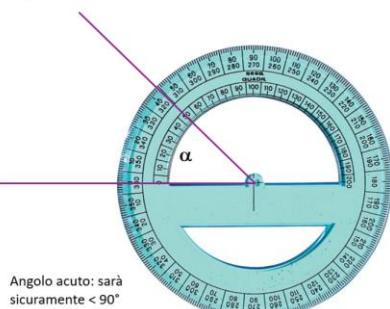
# 6. Misurare e disegnare angoli

## UTILIZZARE IL GONIOMETRO PER:

- 1) MISURARE GLI ANGOLI
- 2) DISEGNARE GLI ANGOLI



## 1) MISURARE GLI ANGOLI



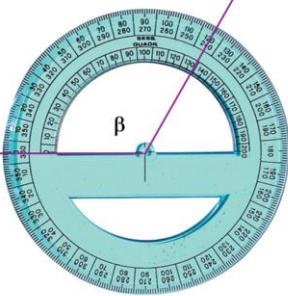
Angolo acuto: sarà sicuramente  $< 90^\circ$

- Si stima (a occhio) l'ampiezza dell'angolo
- Si posiziona il goniometro in modo che il foro centrale sia sullo  $0^\circ$  e che lo zero della scala graduata sia in corrispondenza di un lato.
- Si legge l'ampiezza in corrispondenza dell'altro lato dell'angolo, sulla scala graduata più esterna.
- Quindi:

$$\alpha = 44^\circ$$

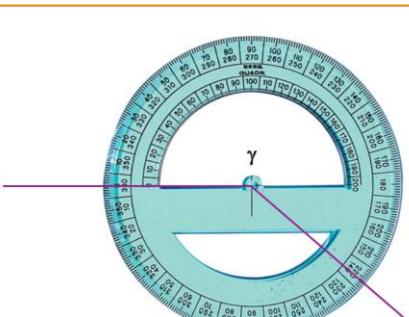
Nota la classificazione degli angoli, è importante che i ragazzi si esercitino a sufficienza sulla misurazione e sul disegno degli angoli. Questa parte non si può che trattare in modo «tradizionale», avendo cura di soffermarsi su alcuni aspetti.

Il goniometro a  $360^\circ$  è sicuramente più facile da utilizzare, ma molti alunni hanno quello a  $180^\circ$  e il disegno di angoli concavi con questo strumento può essere un'utile esercitazione sulla somma degli angoli. Errore comune, poi, consiste nella lettura errata sulla scala graduata. Invitiamo i ragazzi a riflettere se la misura che ottengono è coerente con il tipo di angolo disegnato.



Angolo ottuso:  
sarà sicuramente  
 $90^\circ < \beta < 180^\circ$

$$\beta = 120^\circ$$



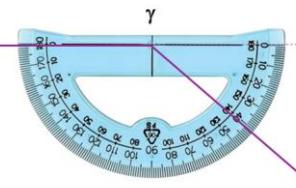
In questo caso  $\gamma$  è un angolo concavo,  
quindi  $> 180^\circ$

$$\gamma = 221^\circ$$

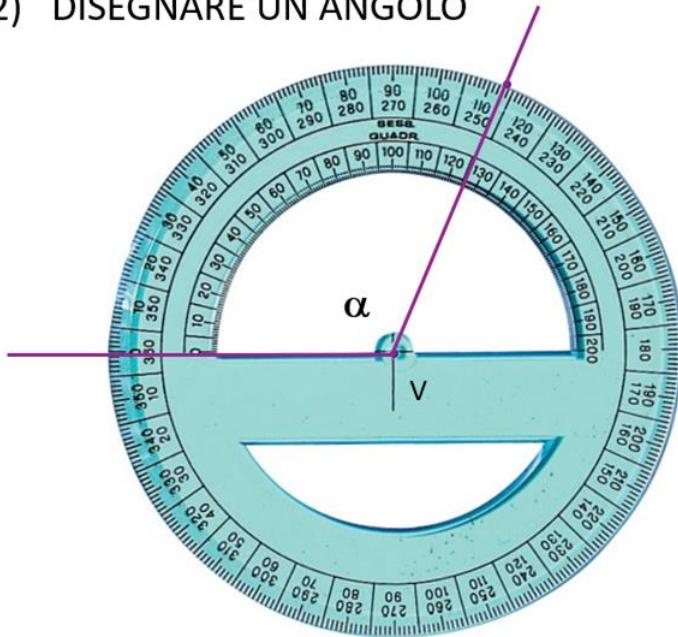
L'ampiezza si legge direttamente sulla scala graduata del goniometro intero...

... oppure, se si utilizza il goniometro «a metà», dividendo l'angolo in un angolo piatto + un angolo convesso:

$$\gamma = 180^\circ + 41^\circ = 221^\circ$$



## 2) DISEGNARE UN ANGOLO



Controllare sempre che l'angolo «torni»:  
113° deve essere un angolo ottuso!

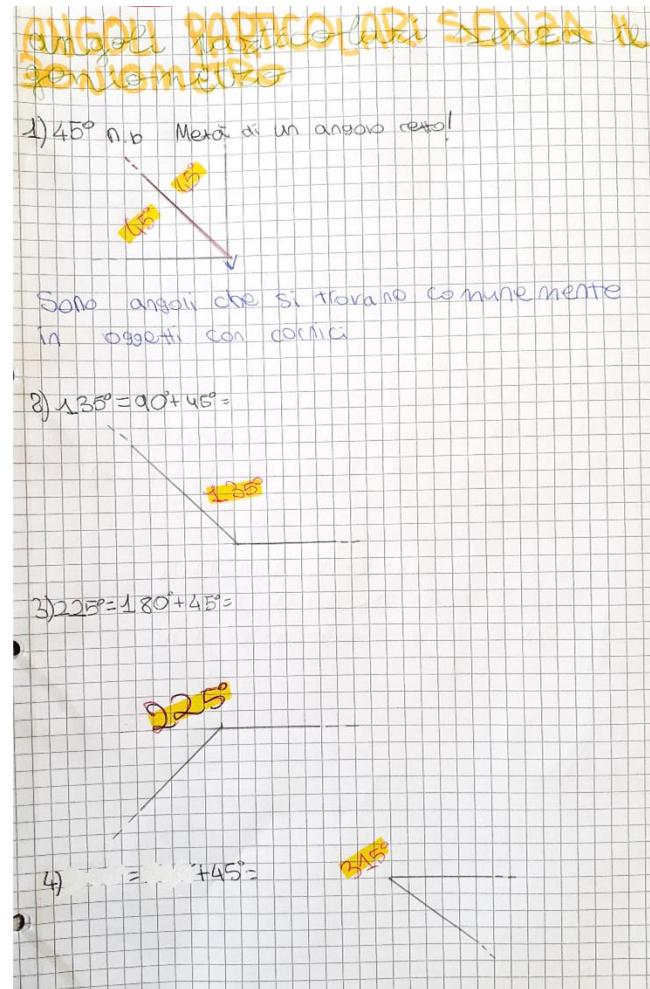
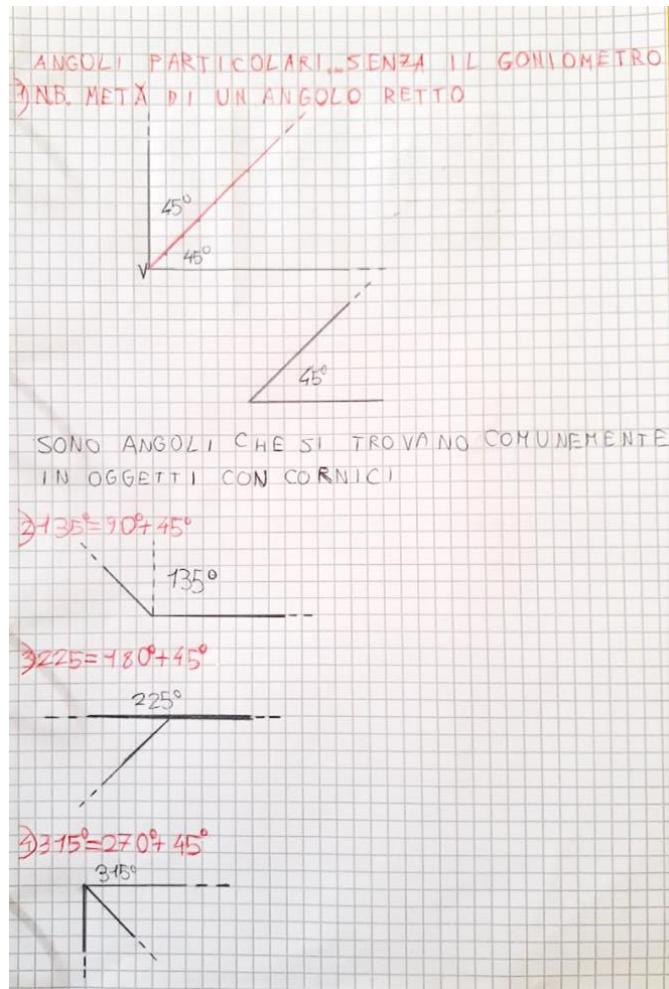
Es. Disegnare un angolo  $\alpha$  di 113°

- Individuare il punto che costituirà il vertice
- Tracciare una semiretta che sarà uno dei due lati dell'angolo
- Posizionare il goniometro con il foro sul vertice e lo zero sul lato già disegnato
- Segnare un puntino in corrispondenza dell'ampiezza desiderata
- Unire il vertice con questo segno
- Indicare l'angolo con la lettera greca

Anche il disegno degli angoli può risultare difficile per molti alunni.

È importante che la procedura sia illustrata passo passo dall'insegnante, possibilmente disegnando alla lavagna con strumenti simili a quelli usati dagli studenti. Anche in questo caso è bene invitare a controllare il disegno ottenuto, indicare l'angolo con una lettera dell'alfabeto greco (si eviti l'archetto di circonferenza per i motivi visti all'inizio del percorso) e verificare che, a occhio, sia del tipo e dell'ampiezza giusti.

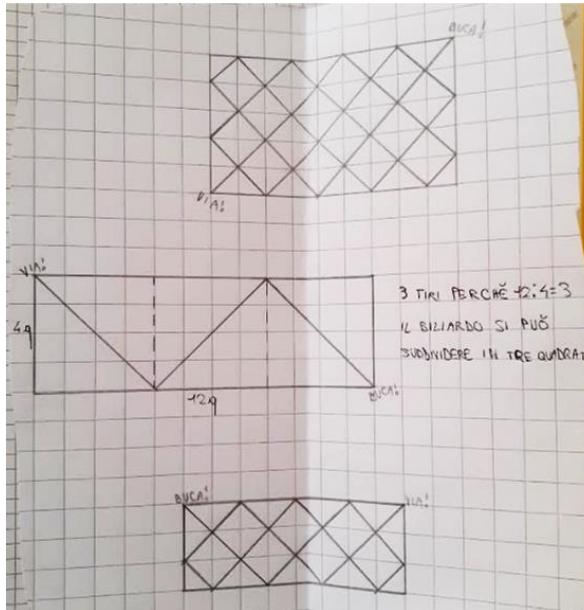
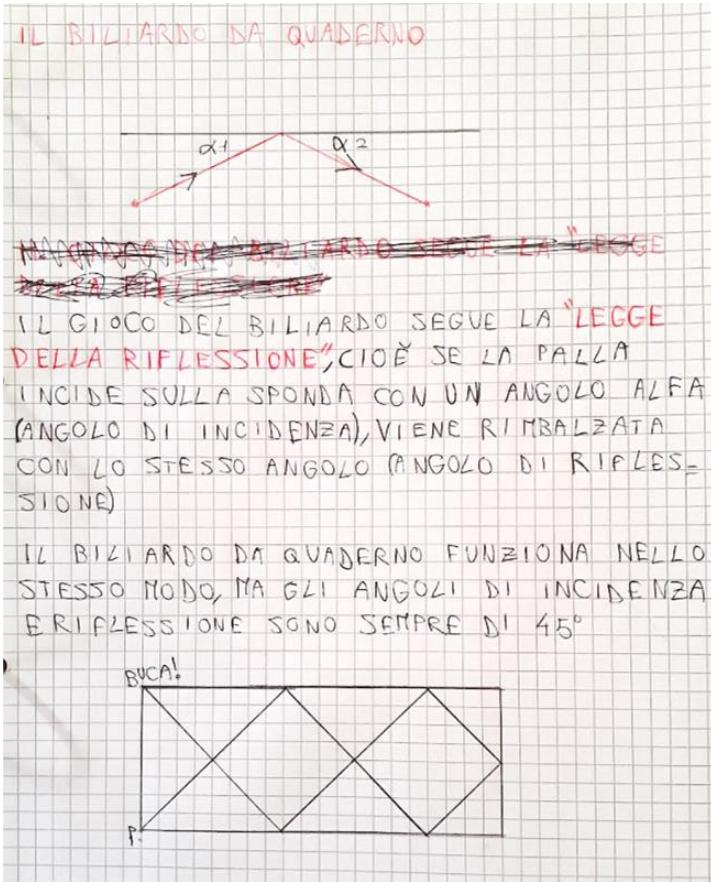
# Altri angoli «speciali»: $45^\circ$ e derivati, senza goniometro!



Usando le proprietà del quadrato, e quindi la quadrettatura del quaderno, si faccia disegnare un angolo di  $45^\circ$ .

Si chieda agli alunni di ricavare altri angoli che possono essere disegnati, su carta quadrettata, senza utilizzare il goniometro ( $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$ ). Si faccia notare, osservando l'aula o l'ambiente domestico, che gli angoli a  $45^\circ$  e derivati sono molto comuni in oggetti quali porte, finestre, cornici.

# Ancora angoli a 45°: il biliardo da quaderno



Questo gioco geometrico, che offre anche l'opportunità di accennare alla legge della riflessione (niente vieta di provare a verificarla con un laser ed una superficie riflettente) si svolge su rettangoli di dimensioni diverse.

Il punto di partenza è uno qualsiasi dei quattro vertici e, attraverso riflessioni a 45° sulle sponde, termina quando la palla immaginaria arriva in un altro vertice.

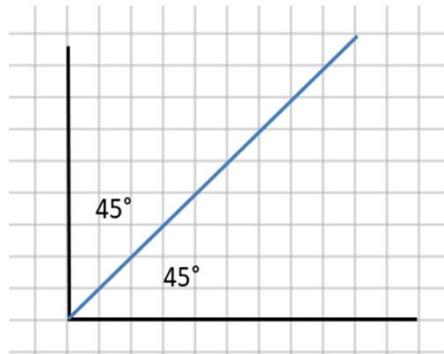
Un'interessante discussione è quella che, partendo dal numero di quadretti delle due dimensioni del rettangolo, porta a capire perché in alcuni casi il gioco si risolve in pochi passaggi, mentre altre volte sono necessari tanti rimbalzi (quanti?)

Non riuscire a seguire la direzione a 45°, può far sospettare una disgrafia; la difficoltà è spesso superata utilizzando quadretti da 1 cm.

# Qualche slide può aiutare lo studio e il disegno:

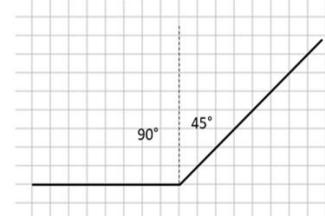
## ALTRI ANGOLI PARTICOLARI

Angolo di  $45^\circ$  (metà di un angolo retto)

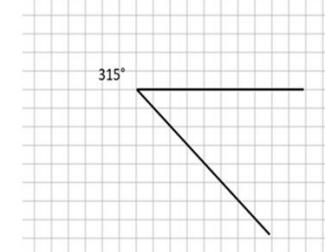


Come abbiamo visto anche per il disegno del cubo, per disegnare un angolo di  $45^\circ$  sulla pagina quadrettata si può fare a meno del goniometro e seguire la direzione della diagonale dei quadretti.

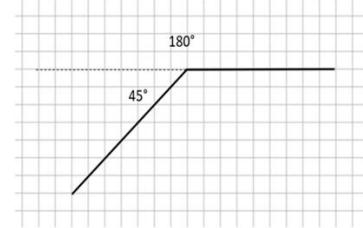
Angolo di  $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$



Angolo di  $315^\circ = 360^\circ - 45^\circ$

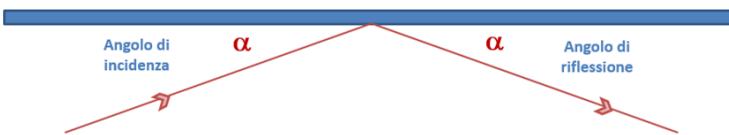


Angolo di  $225^\circ = 180^\circ + 45^\circ$



Tutti questi angoli si ottengono componendo un angolo speciale (retto, piatto o giro) con un angolo di  $45^\circ$

## INCIDENZA E RIFLESSIONE



Un'importante legge fisica dice che se un oggetto urta contro una superficie liscia con un certo angolo  $\alpha$  (angolo di incidenza), viene riflesso con un angolo uguale (angolo di riflessione).

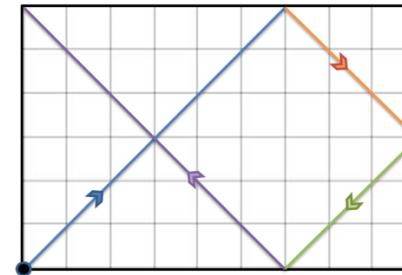


Questo può succedere in varie occasioni:

- Raggio luminoso contro uno specchio
- Gioco dell'hockey (da tavolo o su ghiaccio)
- Gioco del biliardo
- ....



## BILIARDO DA QUADERNO



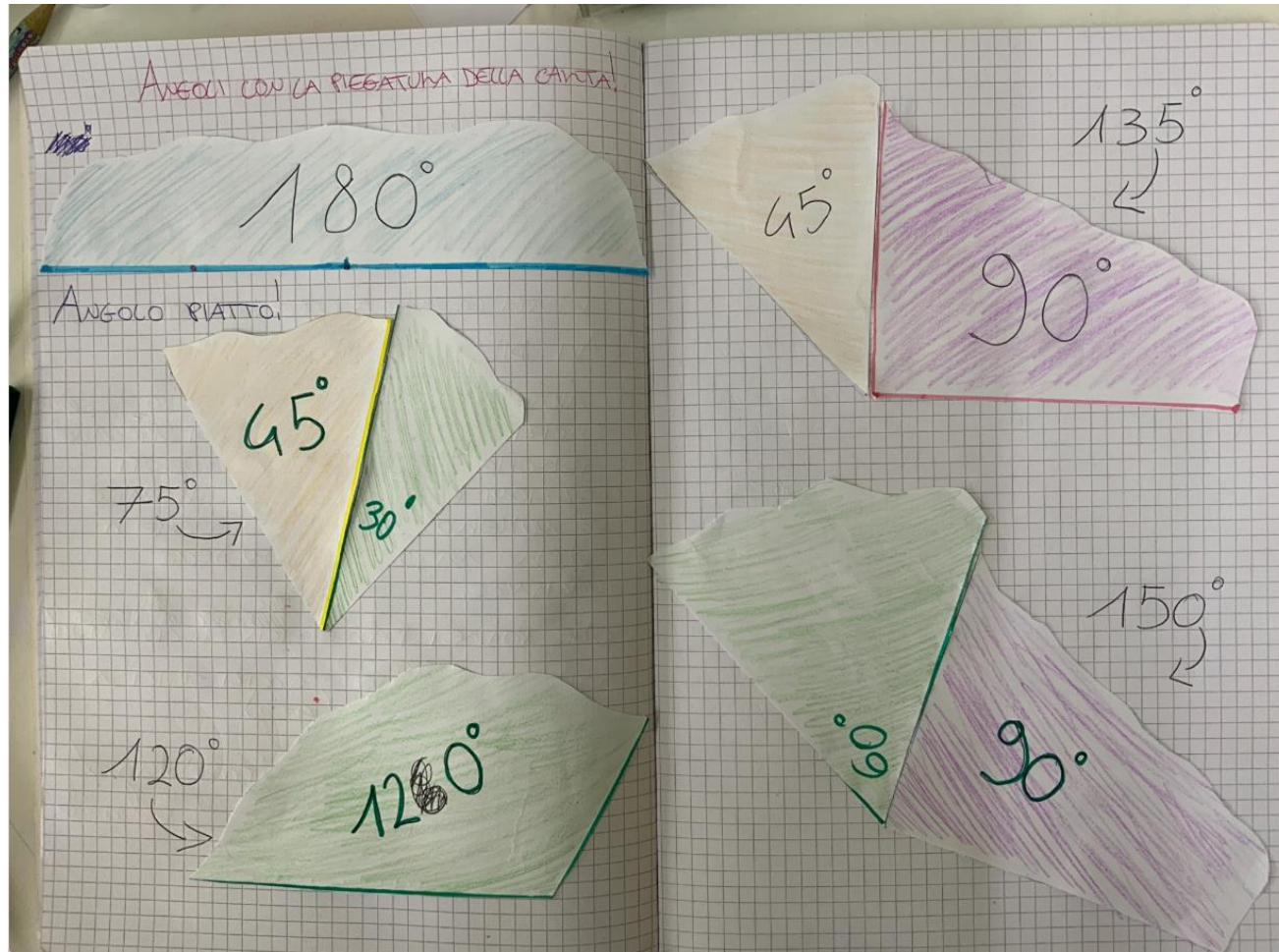
SI PUÒ GIOCARE CON RETTANGOLI DI QUALUNQUE DIMENSIONE. QUALCHE VOLTA IL GIOCO TERMINA DOPO POCHI RIFLESSIONI, QUALCHE VOLTA è NECESSARIO TRACCIARE MOLTISSIME LINEE. DIVERTITEVI!

### REGOLE:

1. SI PARTE DA UN VERTICE
2. SI PROCEDE SEMPRE A  $45^\circ$  LUNGO LE DIAGONALI DEI QUADRETTI
3. OGNI VOLTA CHE SI TOCCA LA SPONDA LA PALLA VIENE RESPINTA SEMPRE A  $45^\circ$
4. IL GIOCO TERMINA QUANDO LA PALLA VA SU UN VERTICE

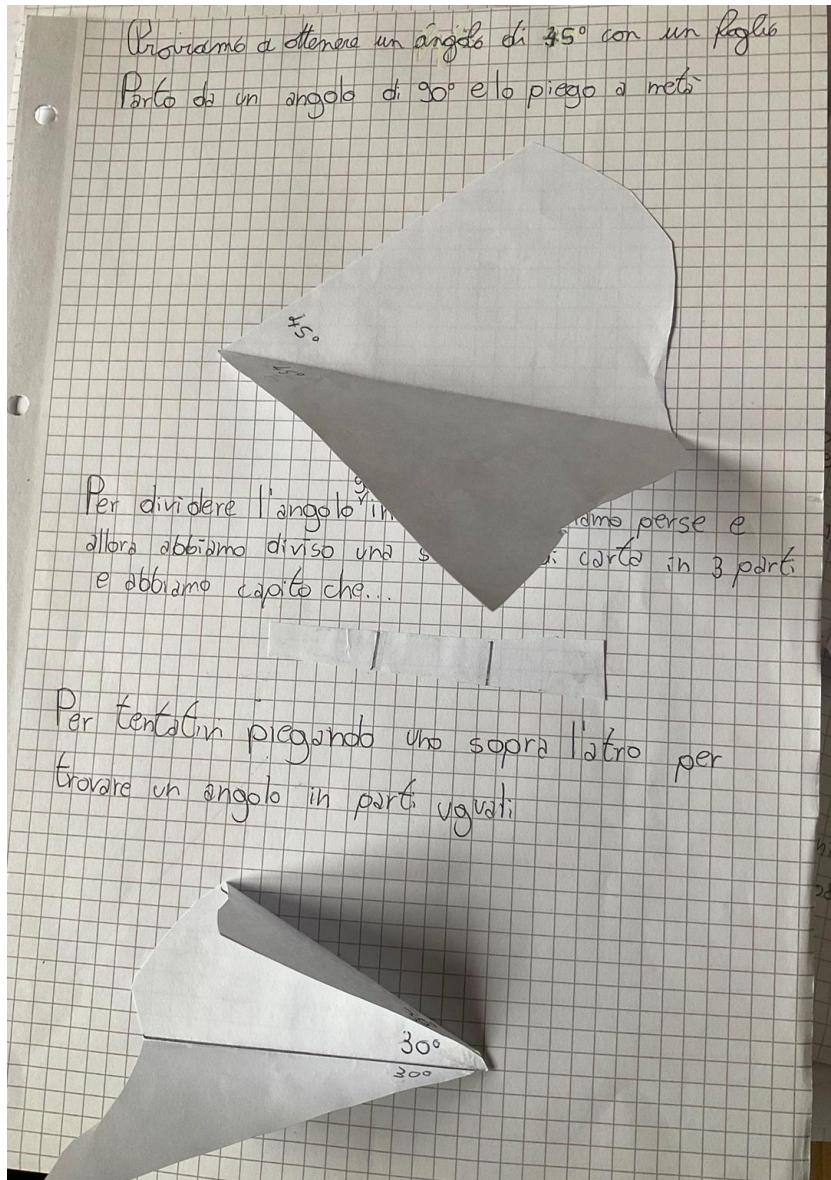
Utilizzando la piegatura della carta, si possono costruire modelli degli angoli notevoli. Gli alunni possono poi divertirsi a combinarli in modo da costruire angoli nuovi, di ampiezza indicata dall'insegnante o a piacere.

Questo permette di intuire/visualizzare il concetto di “somma” di due angoli.

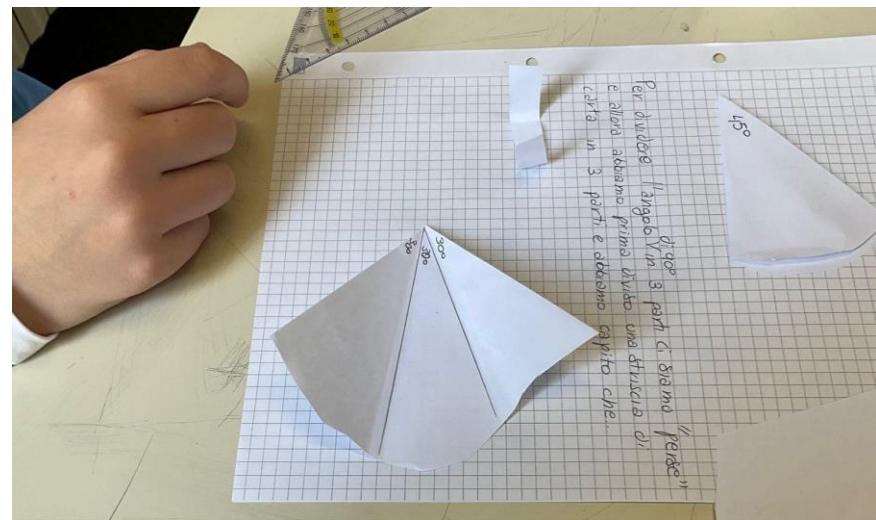
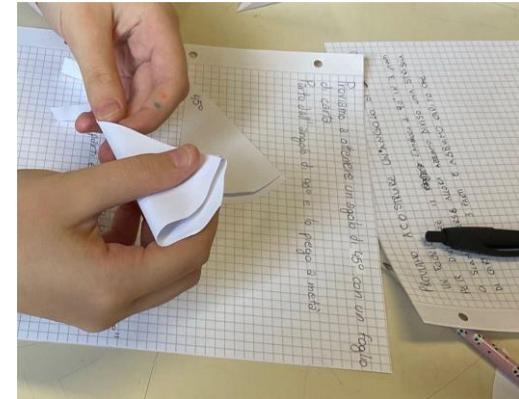


...ma prima  
bisogna  
ottenere gli  
angoli con la  
piegatura della  
carta.

# Con la carta costruiamo angoli di $45^\circ$ e di $30^\circ$ partendo dall'angolo retto di un foglio A4



Per l'angolo di  $45^\circ$  basta dividere a metà l'angolo retto. Ma per l'angolo di  $30^\circ$ ? ...è un po' più complicato ma per tentativi ci siamo riusciti!



# Verifica degli apprendimenti

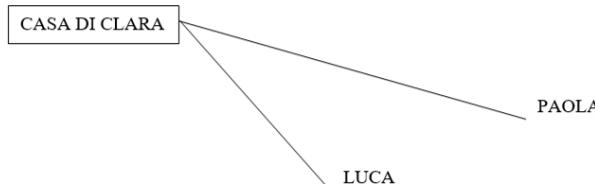
ALUNNO: ..... CLASSE: ..... DATA: .....

## COMPITO DI GEOMETRIA – fila A

### 1. Rispondi alle seguenti domande utilizzando un linguaggio appropriato:

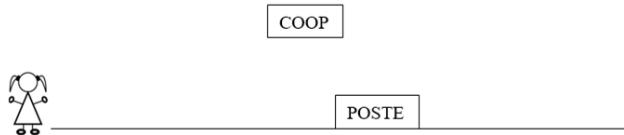
- 1.1 Che cos'è un angolo?
- 1.2 Quali sono le caratteristiche principali dell'angolo che abbiamo discusso in classe? Illustra disegnando il modello che abbiamo scelto.

### 2. Osserva il seguente disegno e rispondi:

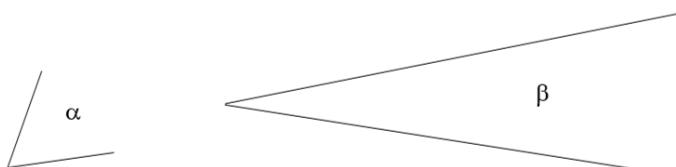


Luca e Paola si stanno muovendo nella stessa direzione? Spiega la tua risposta.

### 3. Luigi deve andare alla Coop, Maria deve andare alle Poste. Completa disegnando il percorso di Luigi in modo che i due ragazzi si muovano nella stessa direzione ma in verso opposto.



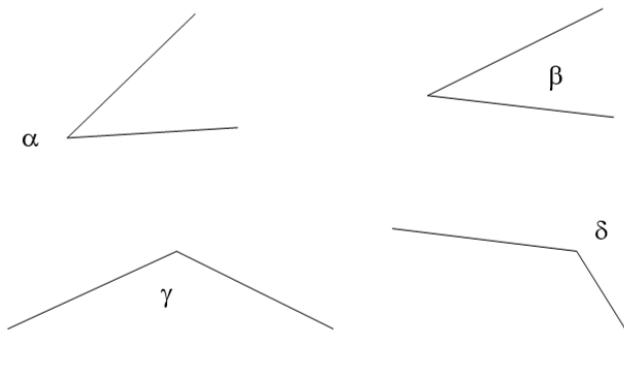
### 4. Qual è l'angolo maggiore? Motiva (spiega) la tua risposta.



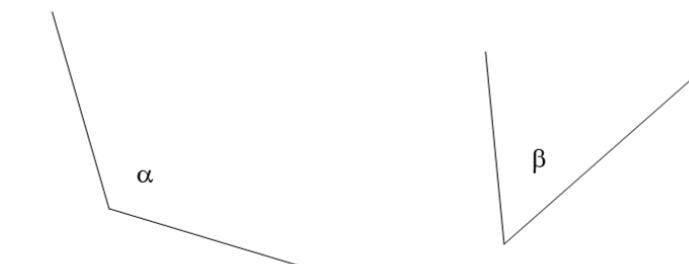
### 5. Completa i seguenti disegni con l'aggettivo giusto:



### 6. Classifica i seguenti angoli utilizzando gli aggettivi acuto/ottuso/concavo/convesso (per uno stesso angolo possono essere utilizzati più aggettivi):



### 7. Utilizzando il goniometro misura l'ampiezza dei seguenti angoli:



### 8. Utilizzando il goniometro disegna un angolo di $135^\circ$ . Classificalo.

# APPROFONDIMENTO

## L'OROLOGIO: ANGOLI, FRAZIONI, MISURA DEL TEMPO

Nelle diapositive seguenti viene suggerito un possibile approfondimento e ampliamento del percorso sull'orologio, basato su osservazioni dirette e attività pratiche.

Gli obiettivi di apprendimento sono i seguenti:

- Utilizzare e interpretare il linguaggio matematico (...) e coglierne il rapporto col linguaggio naturale (TRAGUARDO DI COMPETENZA al termine del primo ciclo, dalle Indicazioni nazionali del 2012)
- Consolidare il concetto di angolo come rotazione di una semiretta rispetto ad un'altra
- Eseguire con sicurezza le equivalenze tra misure di tempo
- Esprimere una quantità di tempo come frazione dell'ora o di altre unità e viceversa

CHE ORE SONO?



---



---



---



---



---



---



---



---



---

Per introdurre le attività sull'orologio, può essere utile partire dalla semplice lettura dell'ora.

La compilazione individuale e la correzione di questa scheda è rapida, ma può rivelare difficoltà inattese, e si può scoprire che non tutti i ragazzi della prima classe della scuola secondaria di I grado sanno leggere correttamente l'orologio.

Si chiederà di esprimere l'ora sia nella notazione a.m. che in quella p.m.

Oralmente si può chiedere di dire l'ora in tutti i modi che i ragazzi conoscono:

ad es. «le undici e quarantacinque», «le ventitré e quarantacinque», «un quarto a mezzanotte», «mezzanotte meno un quarto», ...

# Geometria dell'orologio

1) 3:00 o 15:00 TRE, QUINDICI

2) 5:30 o 17:30 CINQUE E MEZZO / DICIASSETTE E MEZZA

3) 9:30 o 21:30 NOVE E MEZZO / VENTUNO E MEZZA

4) 8:15 o 20:15 OTTO E QUINDICI / E UN QUARTO D'UNA

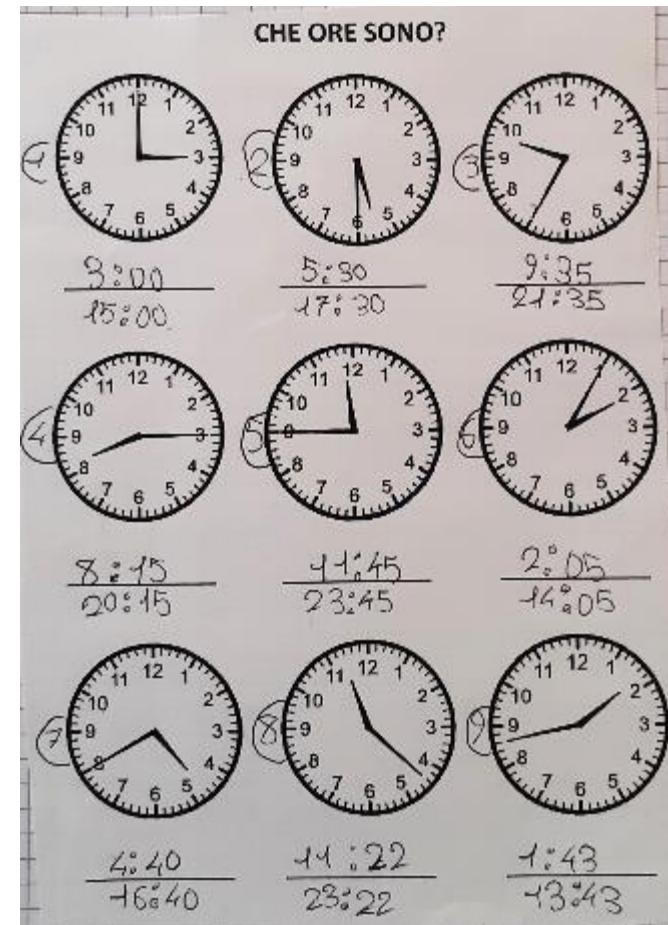
5) 11:45 o 23:45 UNDICI E QUARANTACINQUE, UN QUARTO AL DI FUORI

6) 2:50 o 14:5 DUE E UN QUARTO AL DI FUORI

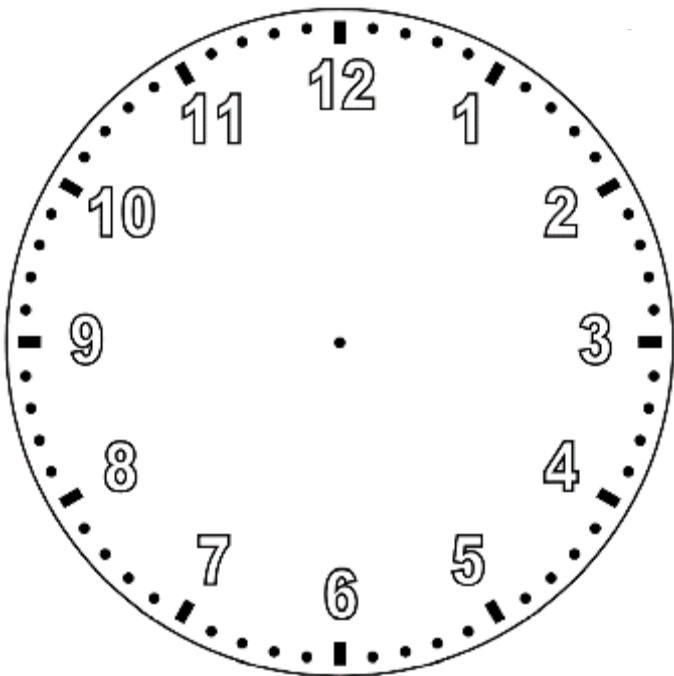
7) 4:40 o 16:40 QUATTRO E QUARANTA, VENTI AL DI FUORI

8) 11:22 o 23:22 UNDICI E VENTIDUE

9) 1:43 o 13:43 UNA E QUARANTATRÉ, VENTI TRE AL DI FUORI



- 1) TRE IN PUNTO O QUINDICI IN PUNTO
- 2) CINQUE E MEZZO O DICIASSETTE E MEZZO
- 3) NOVE E TRENTACINQUE O VENTUNO E TRENTACINQUE
- 4) OTTO E UN QUARTO O VENTI E UN QUARTO
- 5) UNDICI E QUARANTACINQUE O UN QUARTO A MEZZA
- 6) DUE E CINQUE O QUATTORDICI E CINQUE
- 7) VENTI ALLE CINQUE O SEDICI E QUARANTA
- 8) UNDICI E VENTI DUE O VENTITRÉ E VENTIDUE
- 9) UNA E QUARANTATRÉ O TREDICI E QUARANTATRÉ



Si distribuisce la figura di un orologio privo di lancette, completo dell'indicazione dei minuti/secondi, invitando i ragazzi a spiegarne a voce le caratteristiche.

Può risultare utile il confronto con un orologio da parete.

1. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando trascorre 1 minuto?
2. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorre mezz'ora?
3. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorrono 15 minuti?
4. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando passa 1 secondo?
5. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorrono 5 minuti?
6. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando trascorrono 20 secondi?
7. Quale angolo descrive la lancetta delle ore quando passa 1 ora?
8. Quale angolo descrive la lancetta delle ore quando trascorrono 2 ore?

Si pongono, poi, le domande riportate sopra, a cui ogni ragazzo deve provare a rispondere individualmente. In caso di dubbi, l'insegnante spiegherà il significato dell'espressione «descrivere un angolo».

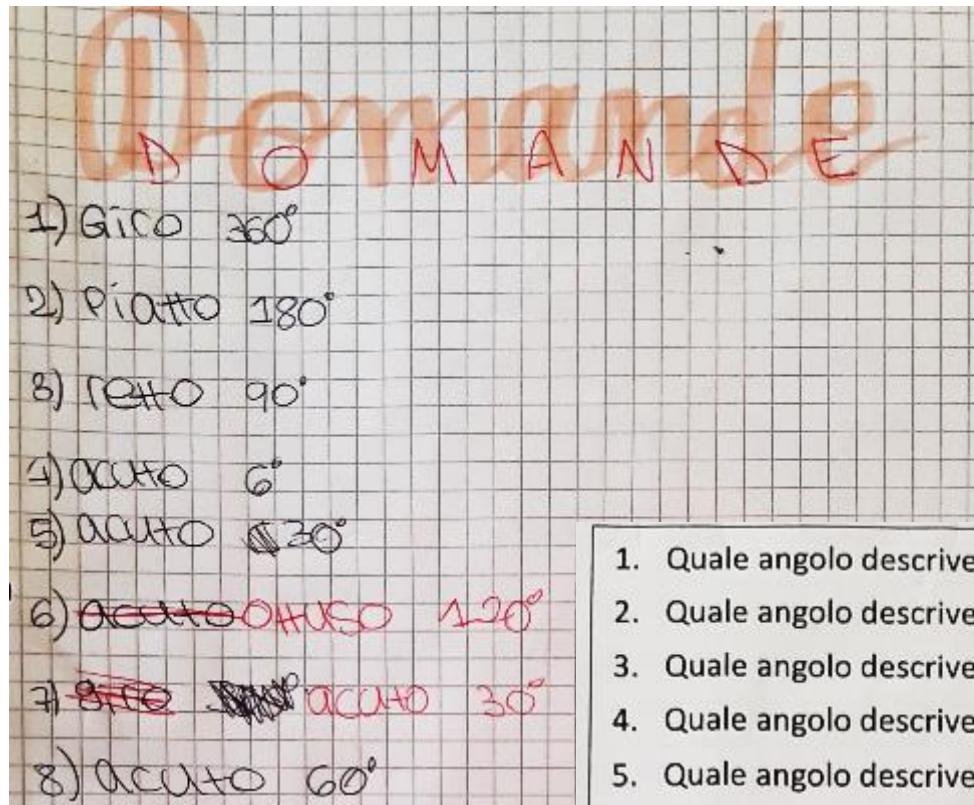
Si ricorda anche che:  
3600"

$$1' = 60 "$$

$$1 \text{ h} = 60'$$

$$1 \text{ h} =$$

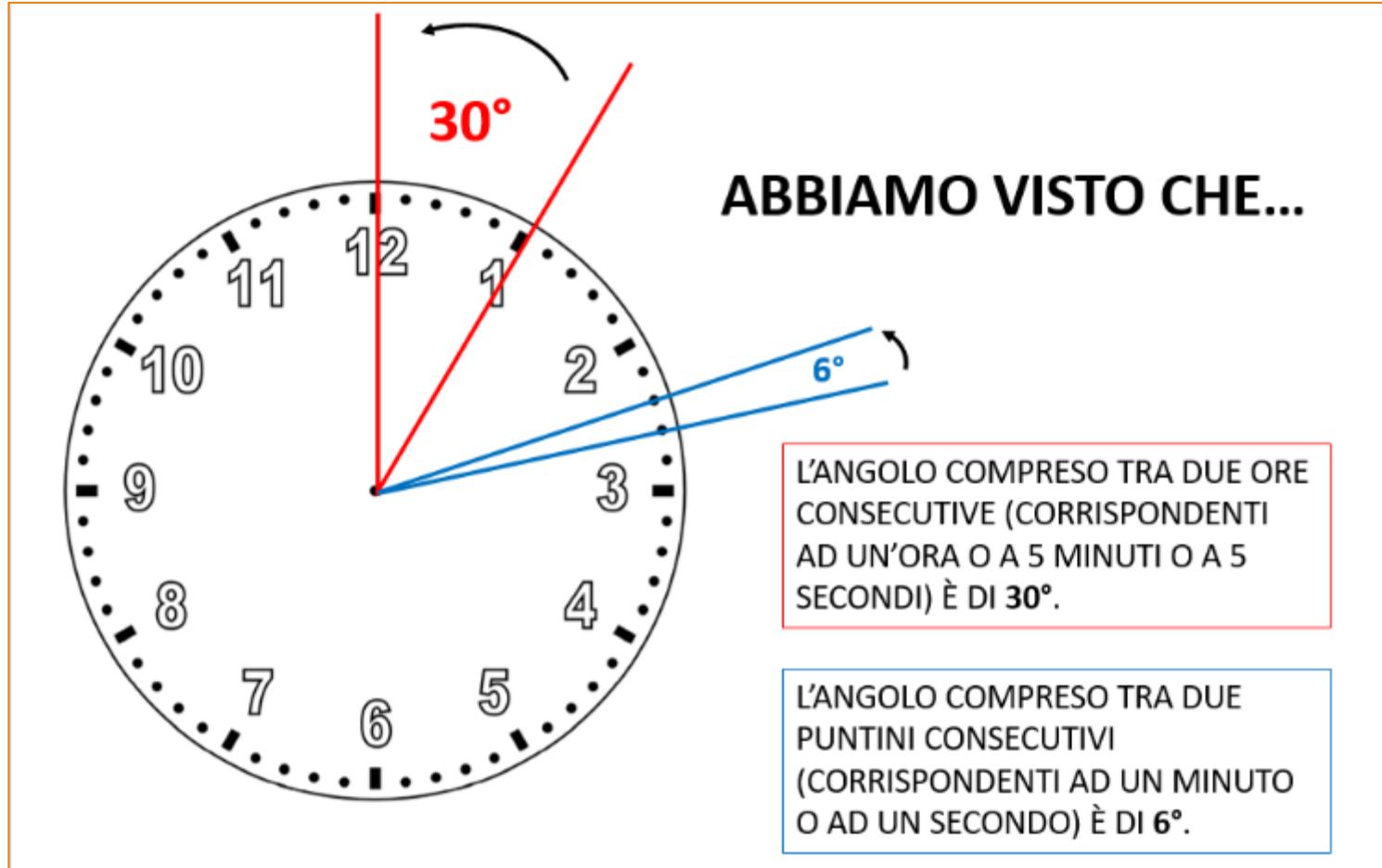
I ragazzi non avranno difficoltà a rispondere alle prime tre domande, mentre saranno pochi quelli che daranno tutte le risposte corrette.



Alla correzione collettiva si dovrà dare uno spazio adeguato, anche perché servirà ad arrivare a delle regole fondamentali sugli angoli nell'orologio. È importante chiedere di argomentare, spiegando come sono arrivati a calcolare l'angolo richiesto.

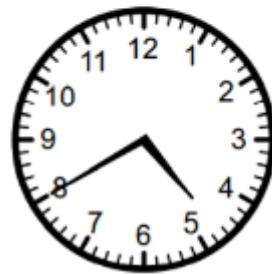
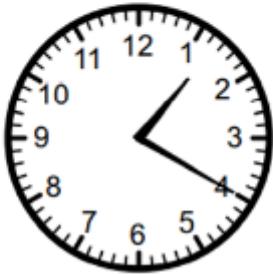
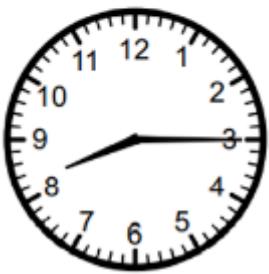
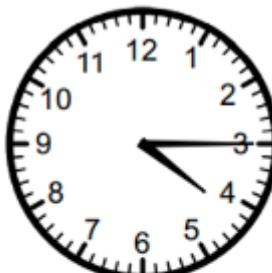
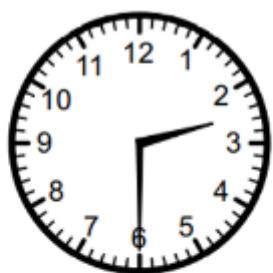
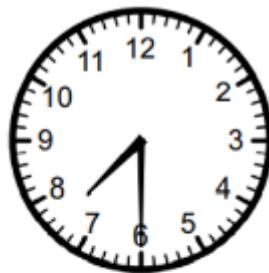
1. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando trascorre 1 minuto?  $360^\circ$
2. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorre mezz'ora?  $180^\circ$
3. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorrono 15 minuti?  $90^\circ$
4. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando passa 1 secondo?  $6^\circ$
5. Quale angolo descrive la lancetta dei minuti quando trascorrono 5 minuti?  $30^\circ$
6. Quale angolo descrive la lancetta dei secondi quando trascorrono 20 secondi?  $120^\circ$
7. Quale angolo descrive la lancetta delle ore quando passa 1 ora?  $30^\circ$
8. Quale angolo descrive la lancetta delle ore quando trascorrono 2 ore?  $60^\circ$

## Conclusioni:

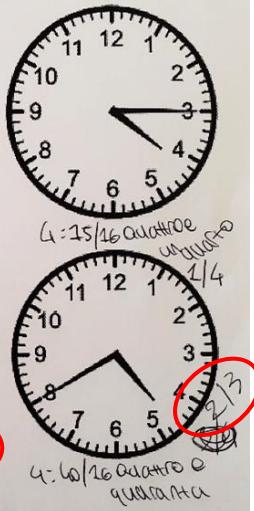


I ragazzi, in genere, arrivano in vari modi a queste conclusioni, che però devono convincere tutti per essere usate nelle attività successive.

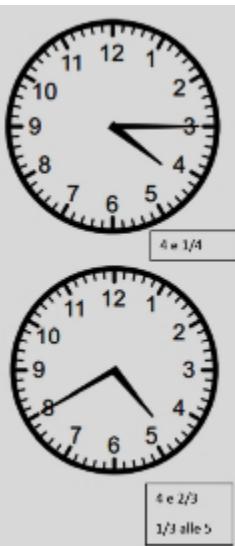
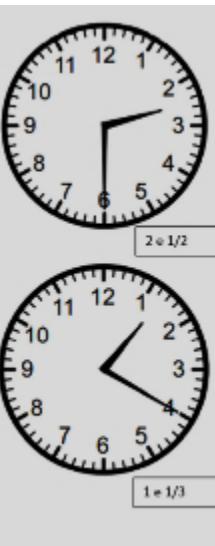
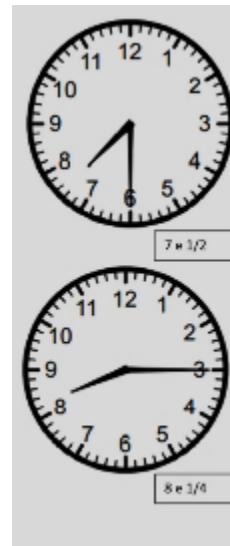
Anche con Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/F6uqAVGr>



Proponendo questa scheda, si chiede di soffermarsi in particolare sull'uso delle frazioni per indicare l'ora: l'utilizzo di mezzi e quarti è spontaneo, non legato ad un ragionamento sulle frazioni, anche se aritmeticamente corretto. Si chiede di indicare anche l'ora del quinto e sesto orologio in termini di frazioni di ora, sempre spiegando il ragionamento.



4:30/12 quattro e mezzo  
1/2



4:30/12 quattro e mezzo  
1/2

### ORE STRAMBE...

**Scrivi l'ora "normale" corrispondente (con i numeri). Spiega.**

1. Sono le cinque e un terzo \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

2. Sono le due e un quinto \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

3. Sono le sedici e un sesto \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

4. Sono le nove e un decimo \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

5. Manca un terzo alle dieci \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

6. Manca un decimo alle quattordici \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

7. Sono le quattro meno un sesto \_\_\_\_\_

Spiego: \_\_\_\_\_

Per consolidare quanto appena visto, si chiede di compilare questa scheda, in cui le ore sono state espresse a parole e utilizzando le frazioni. I ragazzi devono anche spiegare il ragionamento.

L'esercizio risulta abbastanza divertente. Se si vede che in diversi non riescono a svolgerlo, si può chiedere a qualcuno di spiegare come ha trovato la soluzione.

**ORE STRAMBE...**

**SCRIVI L'ORA "NORMALE" CORRISPONDENTE**

SONO LE CINQUE E UN TERZO =  $5:20$

DUE E UN QUINTO =  $2:12$

SEDICI E UN SESTO =  $16:10$

NOVE E UN DECIMO =  $9:06$

UN TERZO ALLE DIECI =  $9:40$

UN DECIMO ALLE QUATTORDICI =  $13:54$

QUATTRO MENO UN SESTO =  $3:50$

SONO LE CINQUE E UN TERZO  $5:20$

SONO LE DUE E UN QUINTO  $2:12$

SONO LE SEDICI E UN SESTO  $16:10$

SONO LE NOVE E UN DECIMO  $9:06$

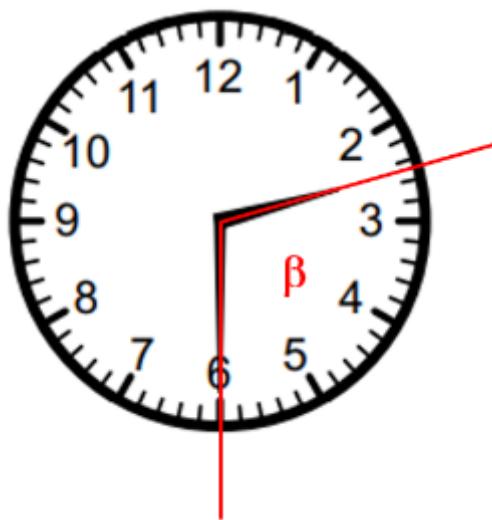
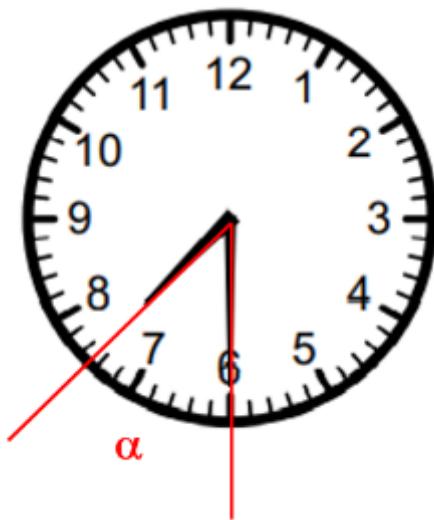
MANCA UN DECIMO ALLE QUATTORDICI  $13:54$

MANCA UN TERZO ALLE DIECI  $9:40$

SONO LE QUATTRO MENO UN SESTO  $3:50$

## CHE COSA SUCCIDE, QUINDI, SE TRASCORRONO FRAZIONI DI ORA?

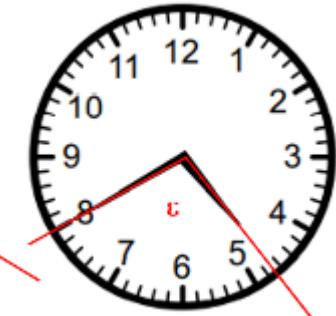
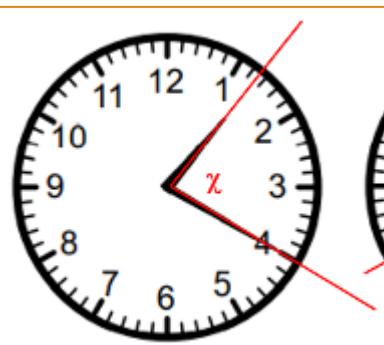
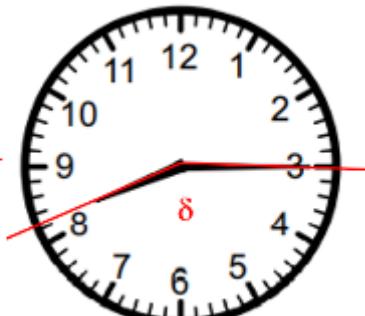
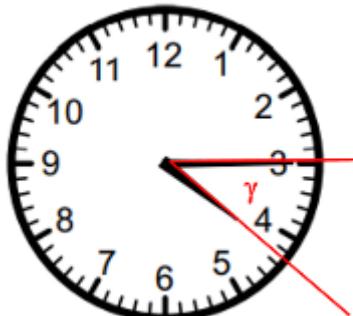
N.B. La lancetta delle ore si sposta (ruota) di una uguale frazione di  $30^\circ$ !



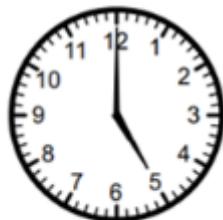
A questo punto si può proporre la seguente attività, da svolgere collettivamente.

E' importante, anche utilizzando un orologio da parete, far notare che il movimento delle lancette non è indipendente, e che la rotazione della lancetta delle ore dipende da quella dei minuti, che dipende a sua volta da quella dei secondi. Per facilitare la trattazione, si limiteranno le esercitazioni alle sole lancette delle ore e dei minuti.

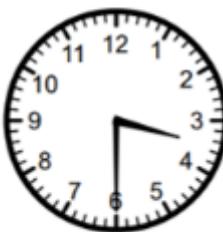
Dei due angoli individuati dalle lancette, ci si riferisce sempre a quello convesso.



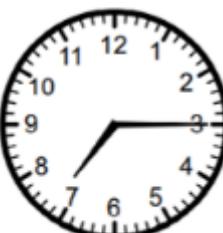
Per ognuno dei seguenti orologi scrivi l'ora che segna e calcola l'ampiezza dell'angolo compreso tra la lancetta dei minuti e quella delle ore (tra le due possibilità, scegli l'angolo convesso). Chi avesse difficoltà a calcolare, può misurare l'angolo con il goniometro (in questo caso prolungate le lancette!).



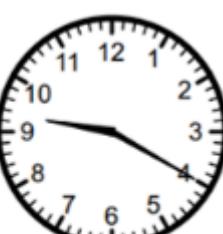
Che ore sono? \_\_\_\_\_  
 Ampiezza dell'angolo compreso tra le lancette? \_\_\_\_\_  
 Spiega: \_\_\_\_\_



Che ore sono? \_\_\_\_\_  
 Ampiezza dell'angolo compreso tra le lancette? \_\_\_\_\_  
 Spiega: \_\_\_\_\_



Che ore sono? \_\_\_\_\_  
 Ampiezza dell'angolo compreso tra le lancette? \_\_\_\_\_  
 Spiega: \_\_\_\_\_



Che ore sono? \_\_\_\_\_  
 Ampiezza dell'angolo compreso tra le lancette? \_\_\_\_\_  
 Spiega: \_\_\_\_\_

Si assegna, poi, un'esercitazione simile alla precedente, da svolgere individualmente. Si darà la possibilità, a chi è più insicuro, di misurare l'angolo. La misura diretta può essere un utile elemento di confronto per verificare la correttezza del calcolo e del ragionamento.



Che ore sono? 5:00  
 Angolo compreso tra le lancette? OTUSO 150°  
 Spiega: ~~30x5 = 150~~



Che ore sono? 3:30  
 Angolo compreso tra le lancette? ACUTO 75°  
 Spiega: ~~30x3 = 90~~ 30-30-15



Che ore sono? 7:15  
 Angolo compreso tra le lancette? OTUSO 225°  
 Spiega: ~~30x7 = 210~~ 30-30-30-30-15 MEZZO

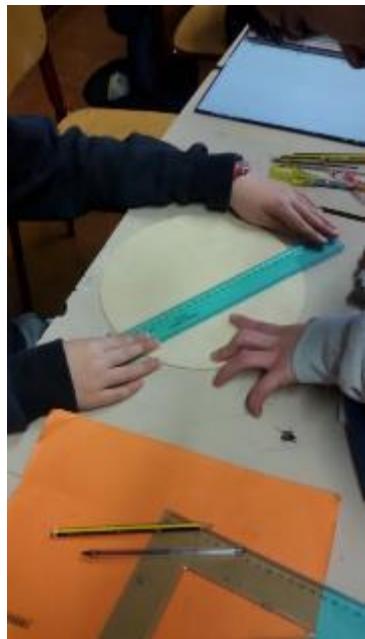
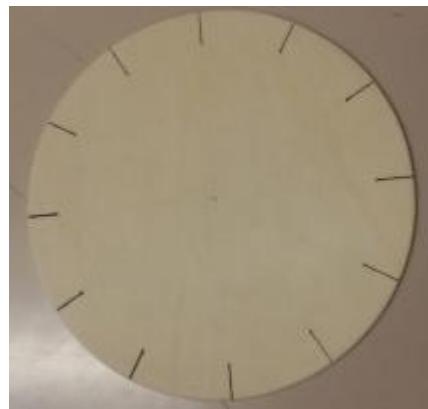


Che ore sono? 9:20  
 Angolo compreso tra le lancette? OTUSO 250°  
 Spiega: 30-30-30-30-30. un

# Dalla teoria... alla pratica!

A conclusione del percorso si può proporre di disegnare un orologio su cartoncino o addirittura di costruirne uno funzionante (acquistando per pochi euro il meccanismo a lancette).

Non prima di aver discusso le fasi della costruzione.



Si trova il centro



Si divide il cerchio in  
12 settori



Si divide ancora, per  
mettere le divisioni  
dei secondi

# Verifica sull'orologio

(Per alunni con BES)

A

Nome e Cognome ..... Classe ..... Data .....

1. Aiutandoti con il seguente disegno di un orologio rispondi alle domande sul foglio:



1.1 Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto dalla lancetta delle ore in 4 ore?

1.2 Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto dalla lancetta dei minuti in mezz'ora?

1.3 Qual è l'ampiezza dell'angolo descritto dalla lancetta dei secondi in 12 secondi?

2. Scrivi l'ora indicata e determina l'ampiezza dell'angolo compreso tra la lancetta delle ore e quella dei minuti. Spiega il tuo ragionamento sul foglio protocollo.



a)



b)



c)

3. Quanto dura un film se inizia alle 20:45 e finisce alle 22:23? Spiega.

4. Esprimi le seguenti misure di tempo nell'unità richiesta:

$$148' = \dots \text{ h} \dots \text{ '}$$

$$3 \text{ h } 24' = \dots \text{ '}$$

$$2500'' = \dots \text{ '}$$

$$4000' = \dots \text{ h} \dots \text{ '}$$

B

Nome e Cognome ..... Classe ..... Data .....

1. AIUTANDOTI CON IL SEGUENTE DISEGNO DI UN OROLOGIO RISONDI ALLE DOMANDE SUL FOGLIO:



1.1 QUAL È L'AMPIEZZA DELL'ANGOLO DESCRIPTO DALLA LANCETTA DELLE ORE IN 2 ORE?

1.2 QUAL È L'ANGOLO DESCRIPTO DALLA LANCETTA DEI MINUTI IN UN QUARTO D'ORA?

1.3 QUAL È L'AMPIEZZA DELL'ANGOLO DESCRIPTO DALLA LANCETTA DEI SECONDI IN 8 SECONDI?

2. SCRIVI L'ORA INDICATA E DETERMINA L'AMPIEZZA DELL'ANGOLO COMPRESO TRA LA LANCETTA DELLE ORE E QUELLA DEI MINUTI. SPIEGA IL TUO RAGIONAMENTO SUL FOGLIO PROTOCOLLO.



a)



b)



c)

3. QUANTO DURA UNA PARTITA DI PALLAVOLO SE INIZIA ALLE 18:15 E FINISCE ALLE 19:45? SPIEGA.

4. ESPRIMI LE SEGUENTI MISURE DI TEMPO NELL'UNITÀ RICHIESTA:

$$180' = \dots \text{ h} \dots \text{ '}$$

$$4 \text{ h} = \dots \text{ min}^{'}$$

$$150'' = \dots \text{ '}$$

$$320' = \dots \text{ h} \dots \text{ '}$$