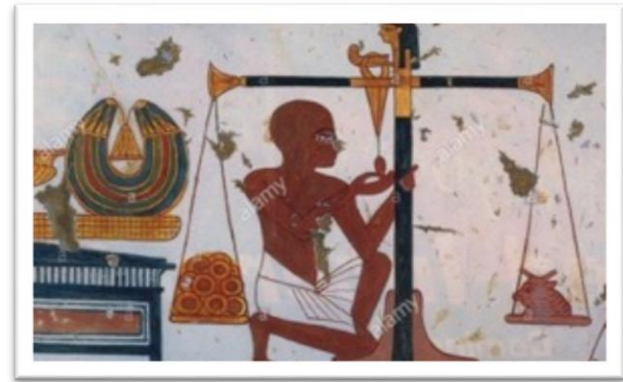


PE(N)SANDO SI IMPARA Balance ed Equazioni



**GRUPPO DI RICERCA E DI SPERIMENTAZIONE DELLA MATEMATICA
DEL CIDI DI FIRENZE**

*(Basosi Daniela, Bisogno Ilaria, Ciabini Lucia, Giansanti Stefania, Papini Paola,
Pistolessi Alice, Trippi Arianna)*

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO

Il percorso si colloca nell'ultimo anno della secondaria di primo grado e rappresenta un approccio laboratoriale allo studio della matematica: le equazioni di I grado.



Dato che la Matematica nel primo ciclo è sempre molto legata alle Scienze e i percorsi di apprendimento sono spesso tra loro interconnessi, **perché** non sfruttare luoghi e metodologie proprie delle scienze come il **Laboratorio di Scienze** e un **approccio sperimentale per imparare la matematica?**

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO NEL CURRICOLO VERTICALE (parte I)

L'importanza del curricolo...

Per promuovere un apprendimento efficace nella matematica, che abbia un senso e che crei competenze è assolutamente necessario inserire il percorso in un **curricolo verticale**.

Le attività, infatti, assumono significato in un processo di concettualizzazione solo se inserite in **percorsi di conoscenza**.

...quindi è necessario partire da ciò l'alunno/a che sa fare...

PREREQUISITI

- Aver acquisito il concetto di misura e la capacità di saper misurare
- Aver acquisito familiarità con il calcolo nell'Insieme dei numeri Razionali e dei Relativi
- Saper descrivere con un'espressione numerica la sequenza di operazioni che fornisce la soluzione di un problema
- Aver acquisito il concetto di equivalenza in contesti diversi

...per andare verso ciò che dovrà saper fare al termine del primo ciclo!

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO NEL CURRICOLO VERTICALE (parte II)

...dalle INDICAZIONI NAZIONALI:

TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE

- L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.
- Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.
- Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà

OBIETTIVI ESSENZIALI DI APPRENDIMENTO



- **Osservare** i fenomeni e **descriverli** in forma scritta, grafica e/o orale, cogliendone gli aspetti matematici
- **Eseguire misurazioni**, raccogliere i dati e tradurre i dati in un linguaggio simbolico, individuando la rappresentazione simbolica più appropriata alla situazione osservata
- **Discutere e confrontarsi** con il gruppo; accettare conclusioni condivise
- **Muoversi bene nel calcolo** con i Relativi
- **Ragionare sul fenomeno basandosi sui principi di equivalenza**
- **Risolvere equazioni** di primo grado
- **Risolvere problemi impostando un'equazione**

ELEMENTI SALIENTI DELL'APPROCCIO METODOLOGICO



L'approccio metodologico prevede il coinvolgimento diretto dell'alunno nell'osservare, descrivere, misurare, sperimentare in contesti adeguati al suo livello cognitivo, utilizzando in modo sistematico la modalità didattica del laboratorio.

Il laboratorio inteso non come luogo fisico, ma come momento in cui l'alunno è attivo, osserva, descrive e argomenta le proprie scelte, costruisce significati, progetta e sperimenta, impara a raccogliere dati e a costruire modelli concettuali.

L'approccio metodologico valorizza l'esperienza e le conoscenze degli alunni, la scoperta e l'apprendimento collaborativo.

L'apprendimento avviene dunque attraverso la pratica, la discussione e l'esplorazione.

STRUMENTI

La bilancia e l'equilibrio

Abbiamo introdotto lo studio delle equazioni con la bilancia perché...

la bilancia è uno strumento con cui abbiamo già avuto familiarità in laboratorio (*è quindi inserita in un curriculum matematico-scientifico*),

è motivante perché facile da usare,

è inclusiva perché intuitiva da comprendere e infine...

il suo funzionamento si basa sul

principio dell'equilibrio.



...poi ci siamo imbattuti
sull'iscrizione della tomba di
Diofanto di Alessandria,
matematico greco del II
secolo d.C., noto come il
padre dell'Algebra.

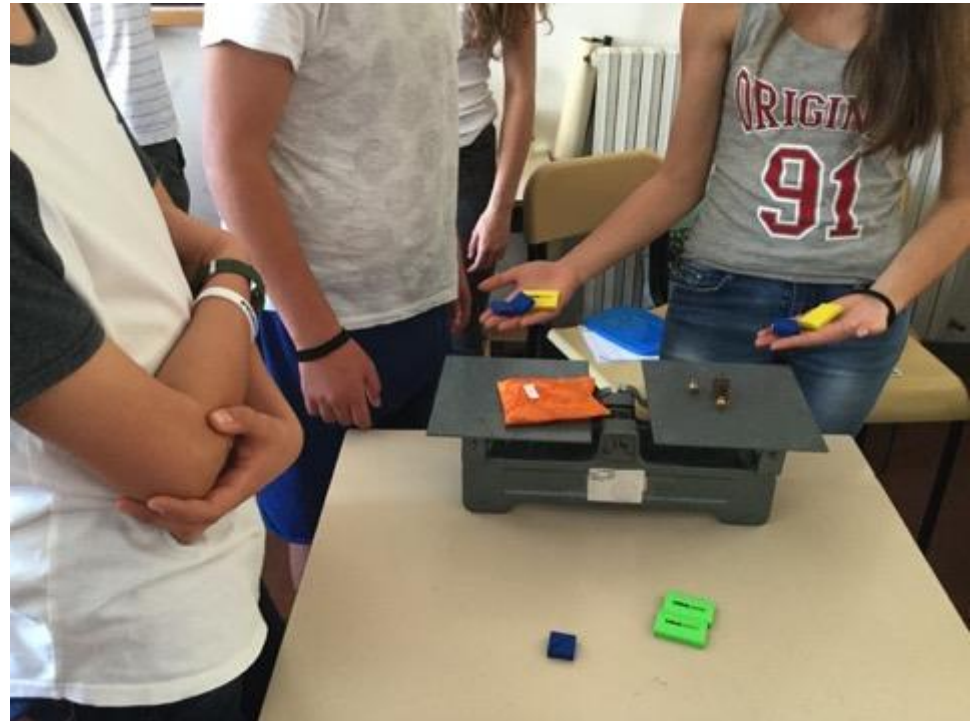


**L'iscrizione era un
vero e proprio
rompicapo!!
Ci aiuteranno le
equazioni?**

AMBIENTE



- Laboratorio di scienze
- Aula scolastica



TEMPI



- Per la messa a punto preliminare nel gruppo LSS: 4 h
- Per la progettazione specifica e la strutturazione del percorso: 2h
- Per la discussione nel Gruppo di ricerca del Cidi: 2 h
- Per lo sviluppo del percorso in classe: 6 h
- Per la documentazione: 8 h
- Verifica in itinere dei risultati parte delle ore curricolari
- Verifica finale: 2 h

Oggi andiamo in laboratorio a fare matematica. Perché?



Tommaso: *perché in laboratorio ci sono tanti strumenti e ci servirà qualcosa...*

Giulia: *perché in laboratorio ci si diverte*

Lorenzo: *perché in laboratorio si capisce meglio*

Miriam: *perché si può stare intorno ad un tavolo e si può discutere*

.....



In laboratorio abbiamo preso la bilancia...

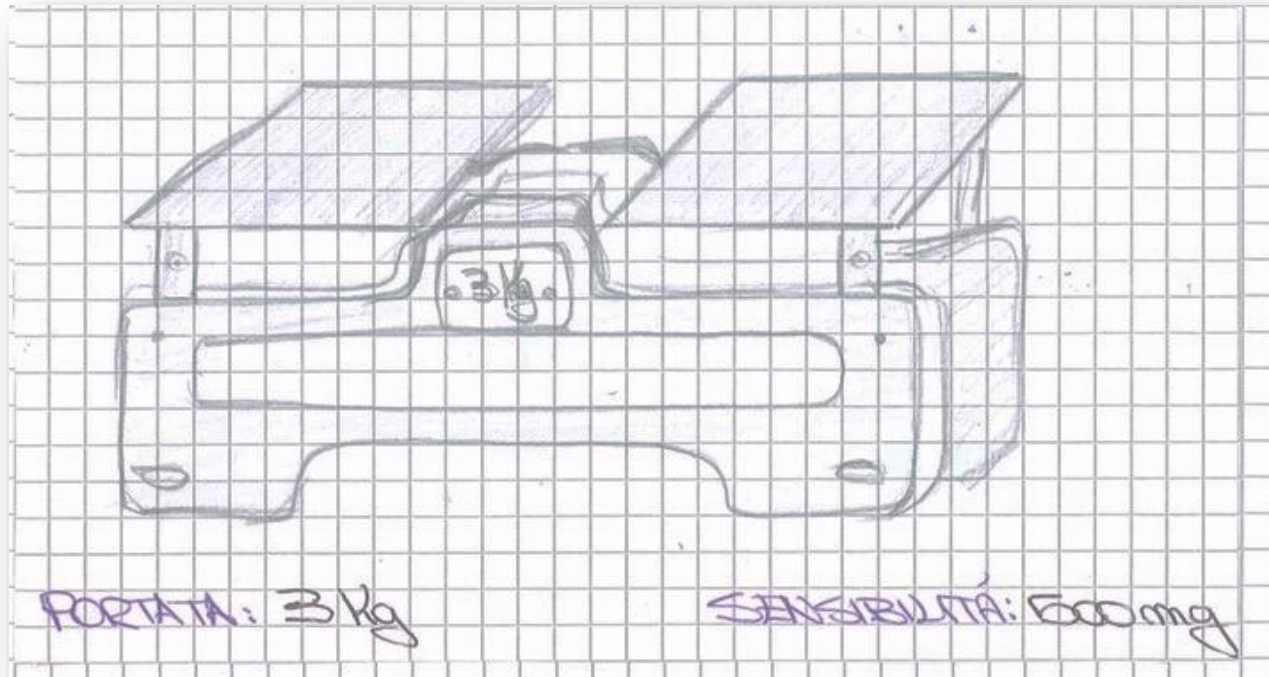
La nostra bilancia



Quali caratteristiche ha il nostro strumento?

Portata 3 kg

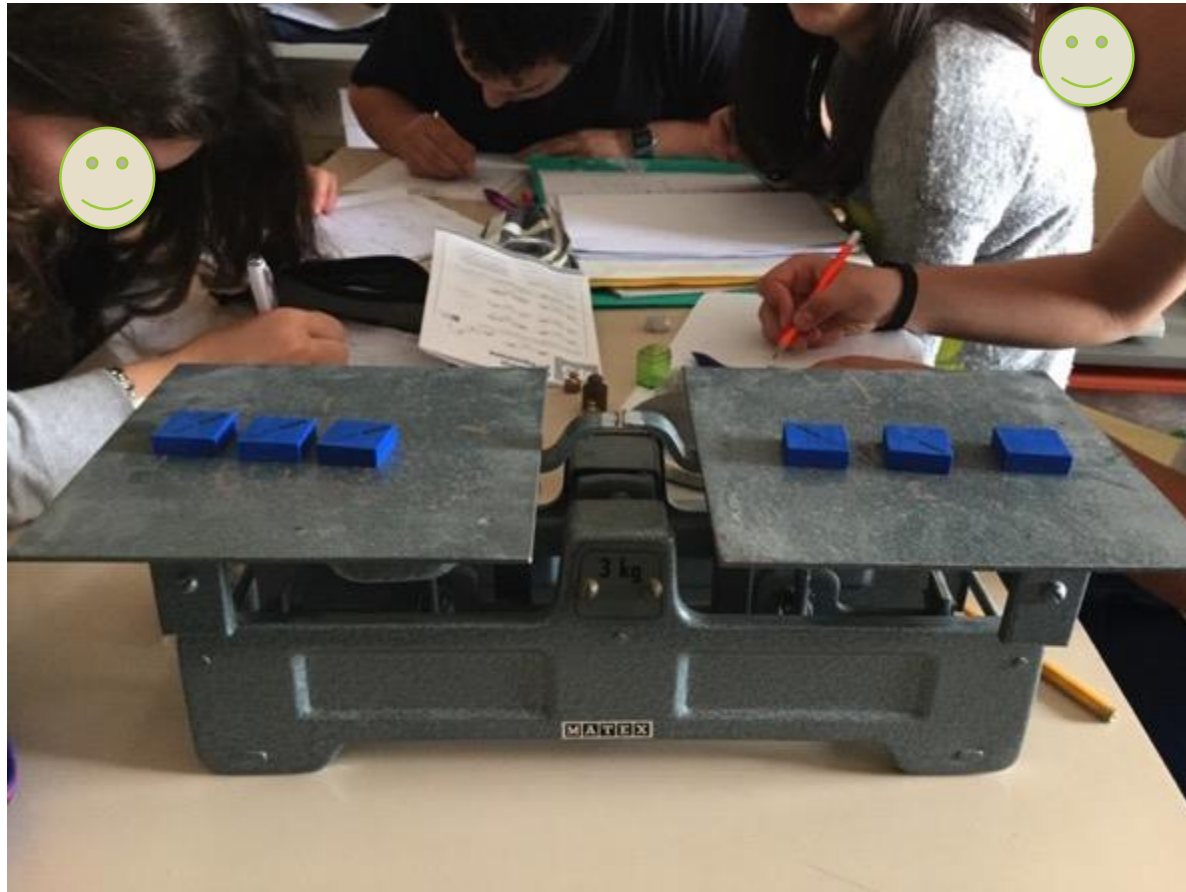
Sensibilità 0.5 g (così sembra inizialmente..)



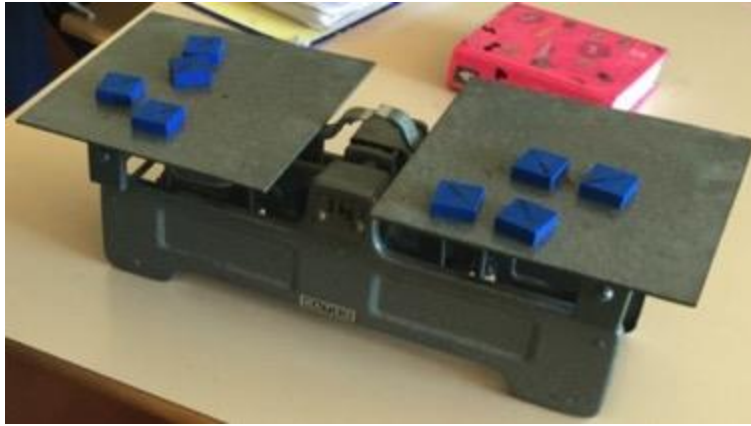
È una bilancia a 2 piatti.

Principio:

La bilancia è in equilibrio quando il carico sui due piatti è lo stesso.



Per iniziare abbiamo fatto prove di equilibrio



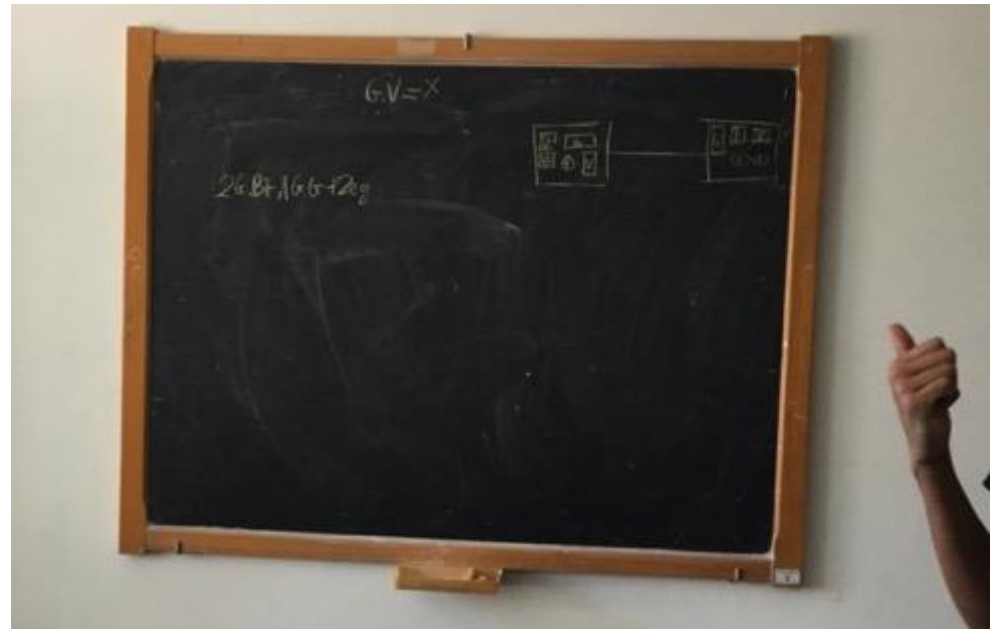
Partiamo da situazioni di equilibrio semplice...



Abbiamo caricato i piatti e trovato l'equilibrio...

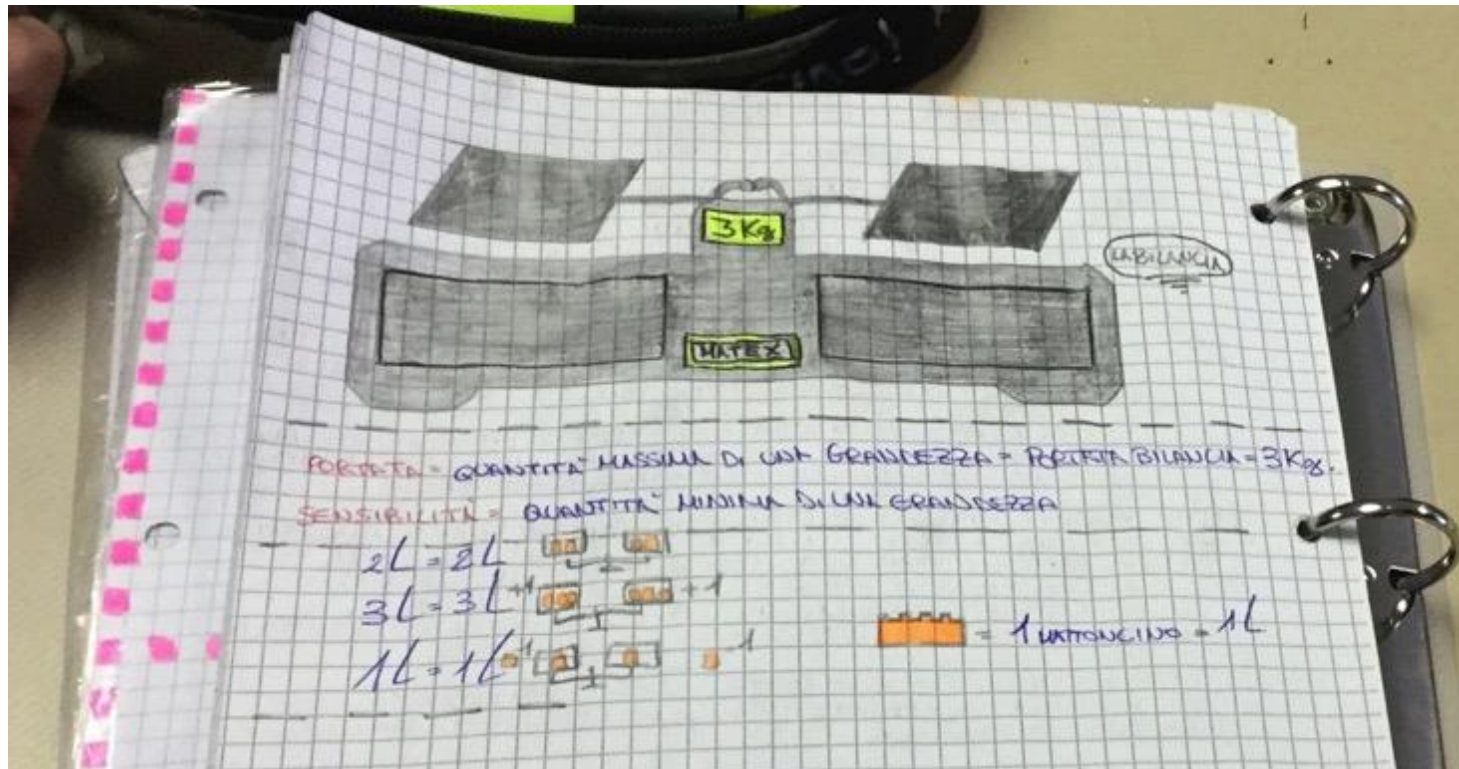


Poi abbiamo rappresentato la situazione alla lavagna



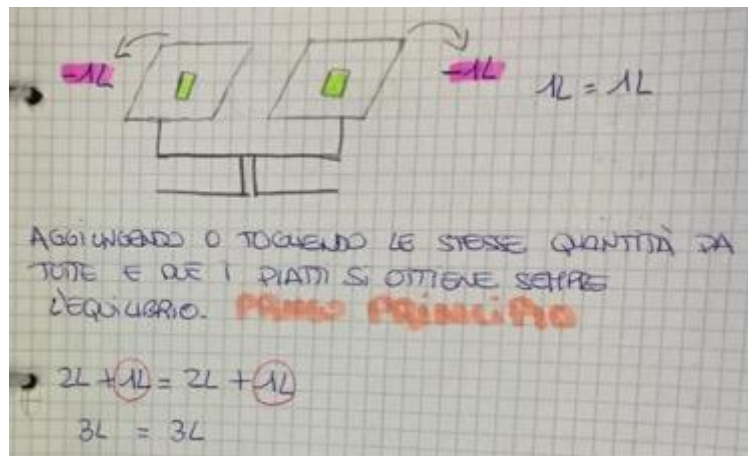
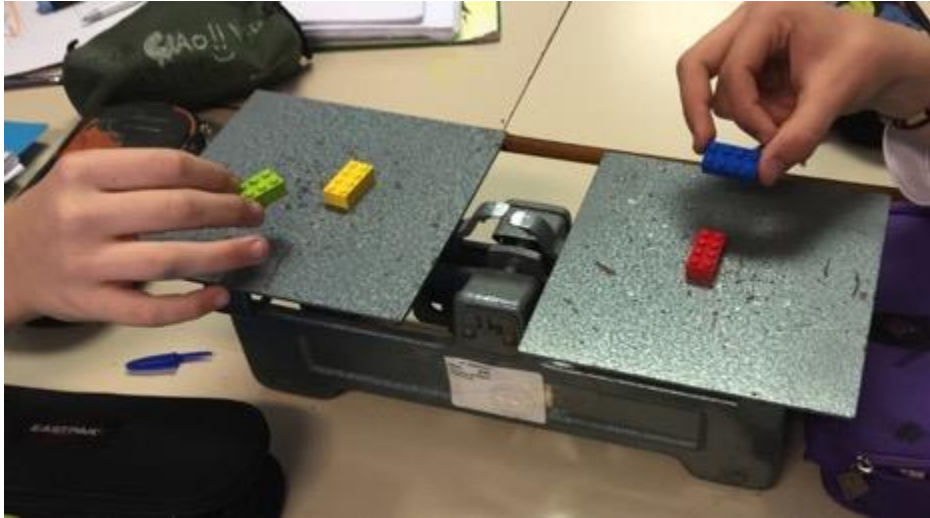


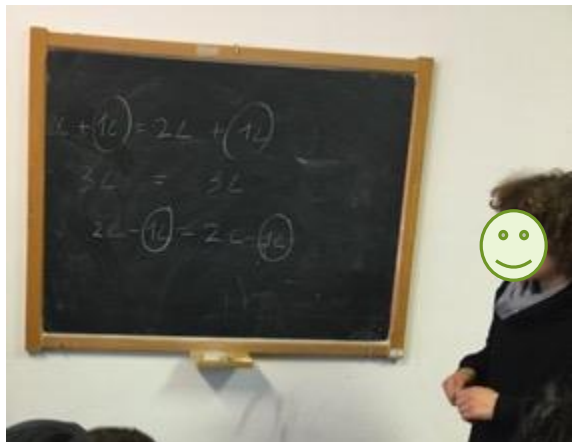
...e graficamente
anche sul quaderno



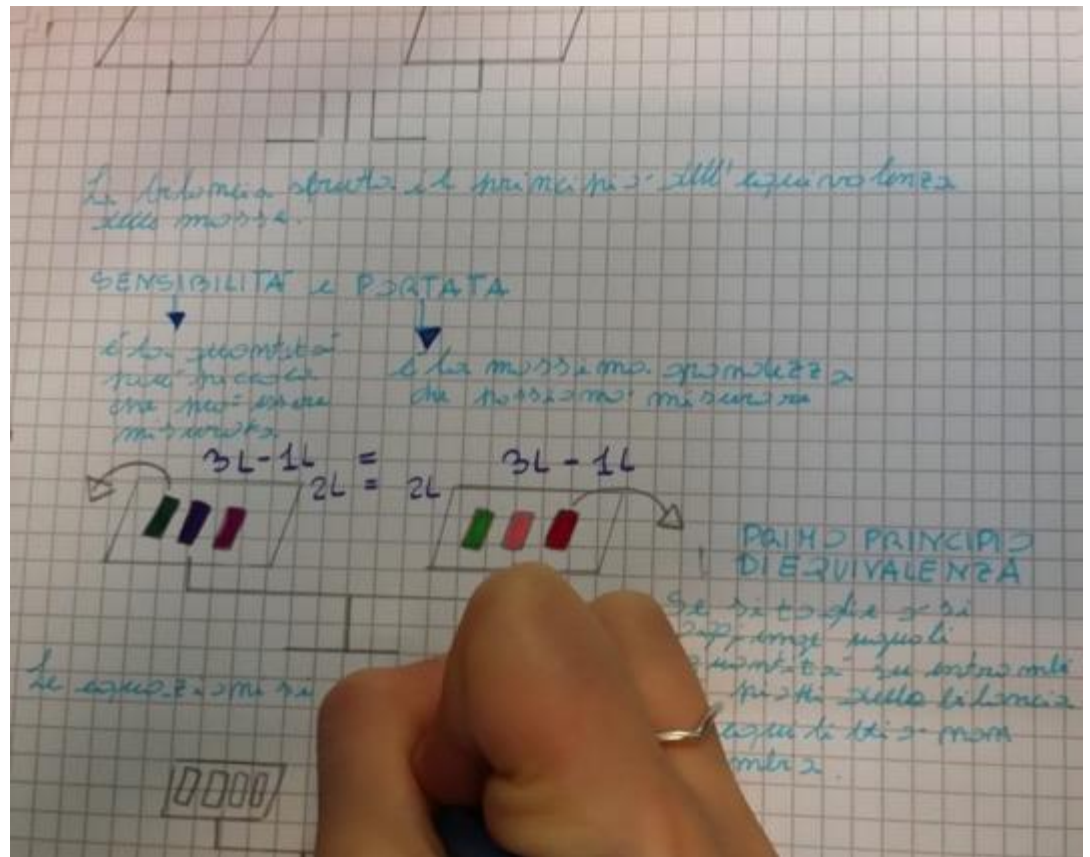
Si possono presto introdurre i principi di equivalenza

Primo Principio

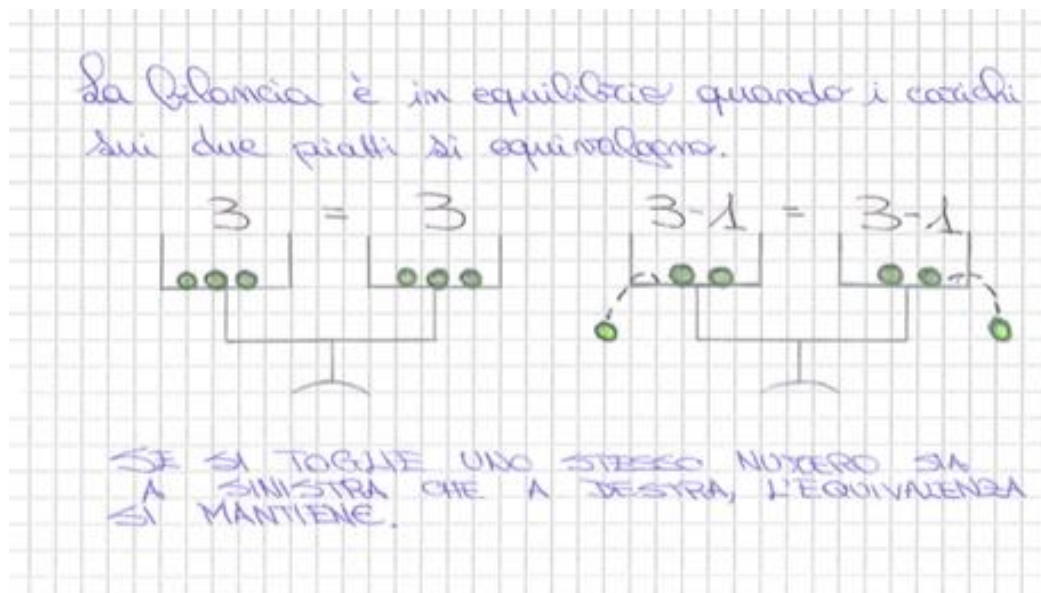




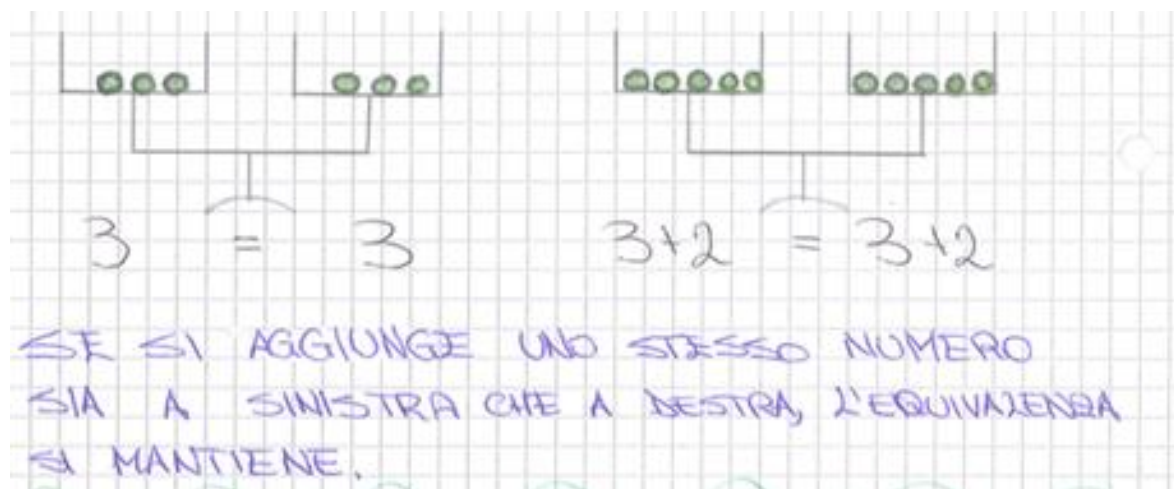
Ognuno rappresenta a suo modo la situazione di equilibrio osservata...



...schematizziamo con le palline



Primo Principio



La ricerca degli oggetti adatti!!!



Trovare oggetti che abbiano lo stesso peso per sperimentare l'equilibrio non è sempre facile...

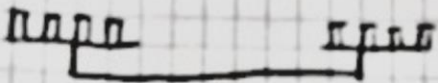
Gli oggetti comuni hanno sempre qualche piccola differenza di peso...soprattutto se lo strumento è così sensibile!

Abbiamo utilizzato gomme, mattoncini della Lego, portauovo, ecc...



Abbiamo provato con buoni risultati anche con i flaconcini medici!!!





$$\frac{4L}{2} = \frac{4L}{2}$$

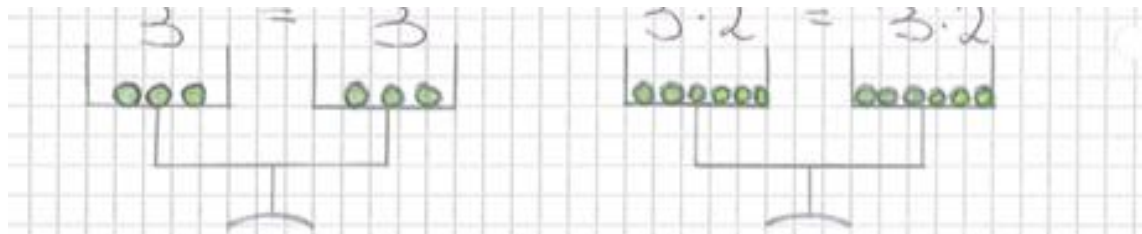
$$2L = 2L \quad \quad 2 \text{ PRINCIPIO}$$

SE SI DIVIDE O MOLTIPLICA
PER UNO STESSO NUMERO
NON CAMBIA

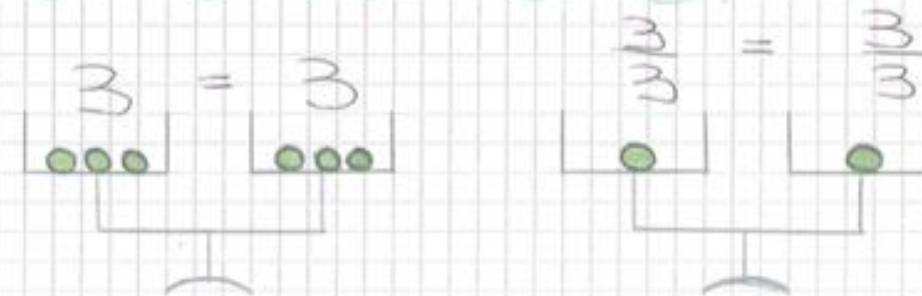
Secondo Principio



...rivisto con le palline...



SE SI MOLTIPLICA PER UNO STESSO
NUMERO SIA A SINISTRA CHE A DESTRA,
L'EQUIVALENZA SI MANTIENE.



SE SI DIVIDE PER UNO STESSO NUMERO SIA
A DESTRA CHE A SINISTRA, L'EQUIVALENZA
SI MANTIENE.

**Secondo
Principio**



Qualche dubbio...



Visualizzare il **secondo principio** di equivalenza non è stato così immediato come per il **primo**, visto che l'azione del sottrarre-togliere (I Principio) e del dividere (togliendo gli oggetti dal piatto) (II Principio) apparivano molto simili...

Era necessario fare altre prove...

Ma, anche se teoricamente riuscivano a rappresentare l'operazione, qualcosa li lasciava ancora perplessi...

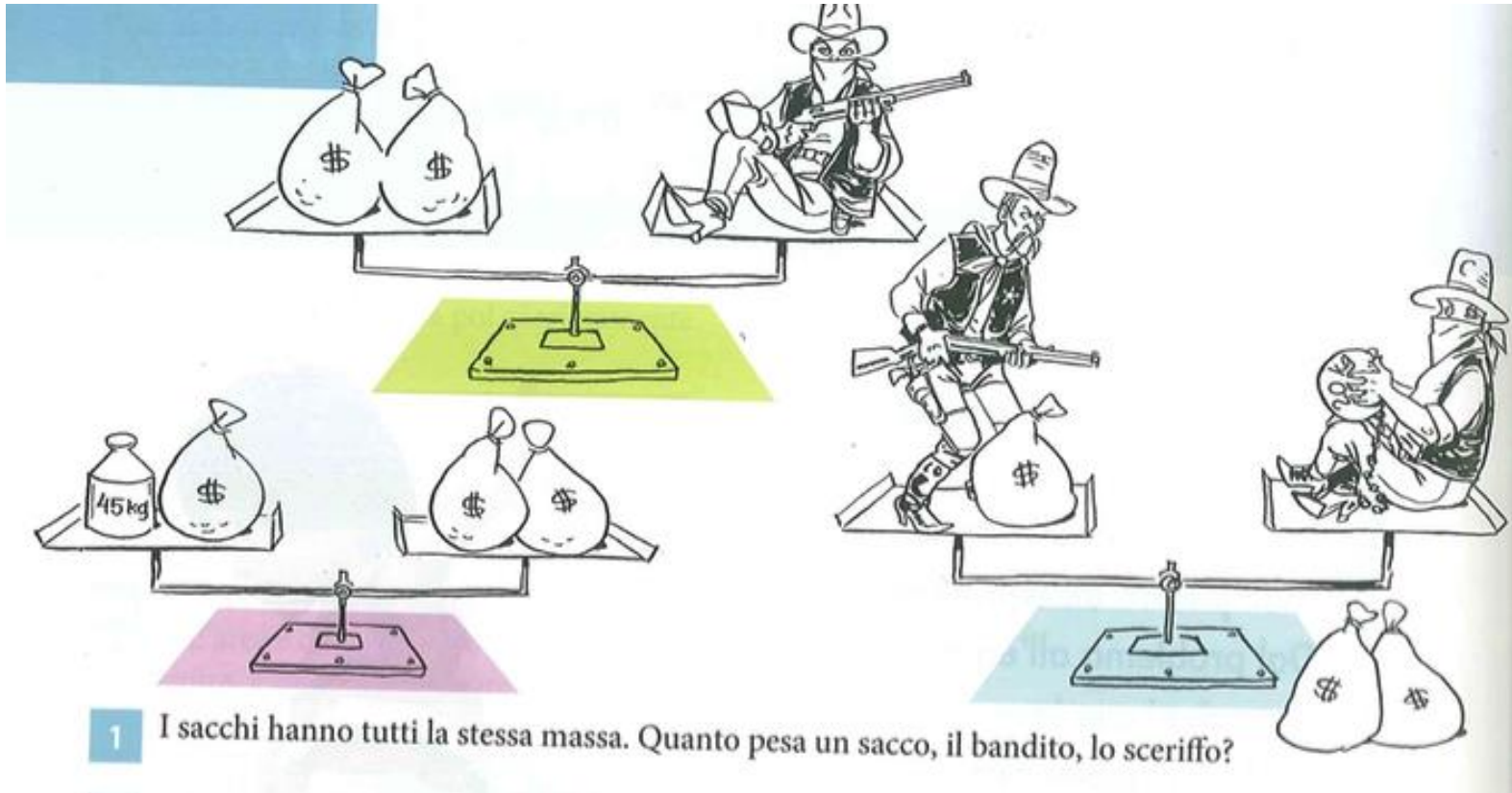
Bisognava cambiare strategia e potenziare invece il ragionamento sull'equilibrio...

...allora ci siamo dedicati a
sceriffi, banditi e monete
d'oro



k15689704 www.fotosearch.com

Grandi discussioni e ragionamenti a piccoli gruppi ci hanno fatto trovare infatti...il peso di banditi, sceriffi e sacchi di monete d'oro



$$1 \text{ sacco} = x$$

$$45 + x = 2x$$

$$45 = x$$

quindi

Il sacco pesa 45 kg

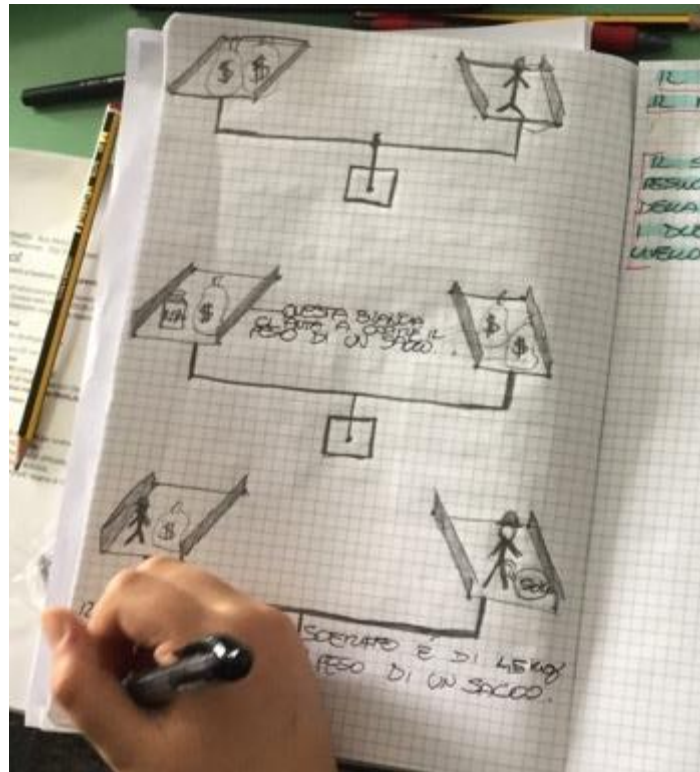
Il Bandito pesa 90 kg

$$\text{Sceriffo} + 45 = \text{bandito} + 20$$

$$\text{Sceriffo} = 90 + 20 - 45$$

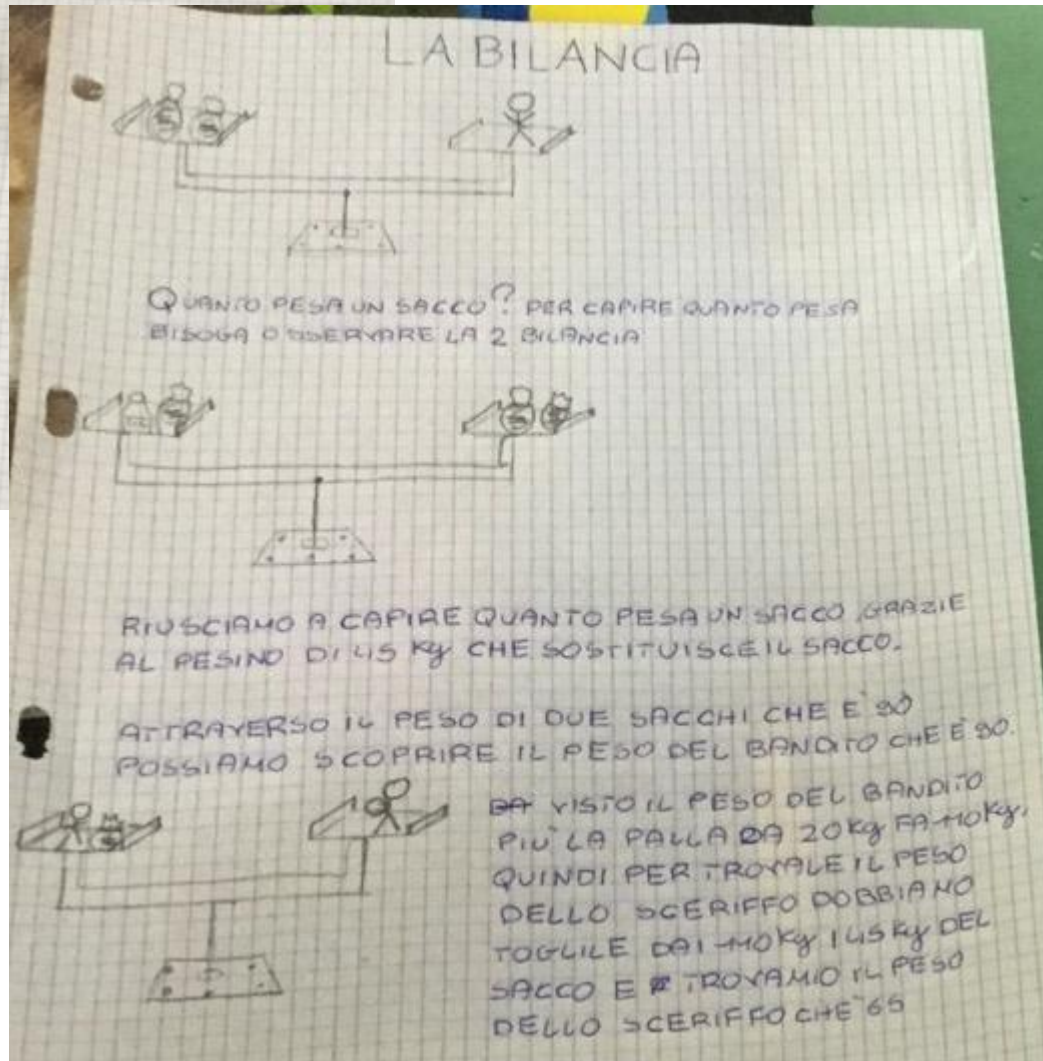
quindi

Lo Sceriffo pesa 65 kg



IL PESO DEL BANDITO È DI 30
IL PESO DELLO SCERIFFO È DI 65

IL SACCO PESA 45kg, PERCHÉ C'È
PESO DI 45kg. E NELL'ALTRA BRACCIA
DELLA BILANCIA CI SONO DUE SACCHI,
I DUE SACCHI RIMANGONO ALLO S
LIBRO.

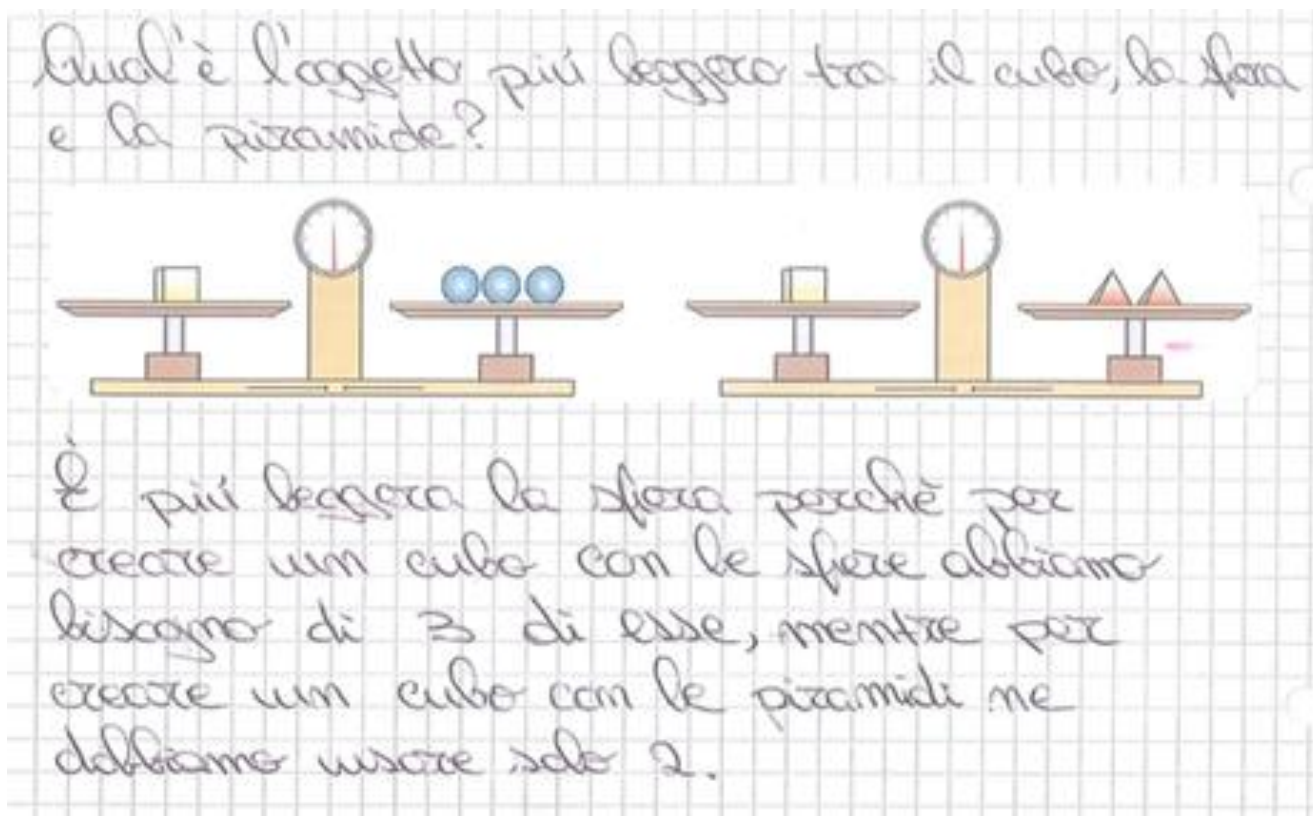


È divertente anche
disegnare gli sceriffi
e i sacchi di
monete...



Passiamo ora a solidi ben noti, lavorando ancora a piccoli gruppi..

Qual è l'oggetto più leggero tra cubo, sfera e piramide?



1 cubo = 3 sfere

1 cubo = 2 piramidi

Quindi...

3 sfere = 2 piramidi

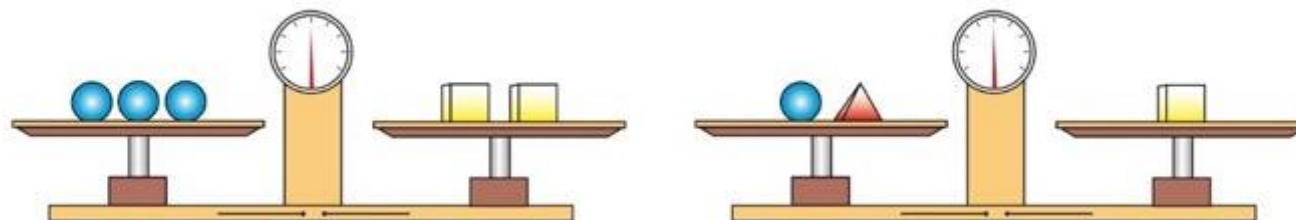
*Allora dal più leggero al più pesante:
sfera – piramide - cubo*

Ragioniamo insieme... Qual è l'oggetto più pesante?

Attenzione alla domanda!

E non fare caso al colore degli oggetti...

b) Qual è l'oggetto più pesante?



Giulio dice:

Se 3 sfere pesano quanto 2 cubi, e una sfera +
una piramide pesano 1 cubo significa che il cubo
pesa di più.

I ragazzi apprezzano molto questo
ragionare insieme.

3 sfere = 2 cubi

1 sfera + 1 piramide = 1 cubo

Siccome:

1 cubo = 1 sfera e mezza

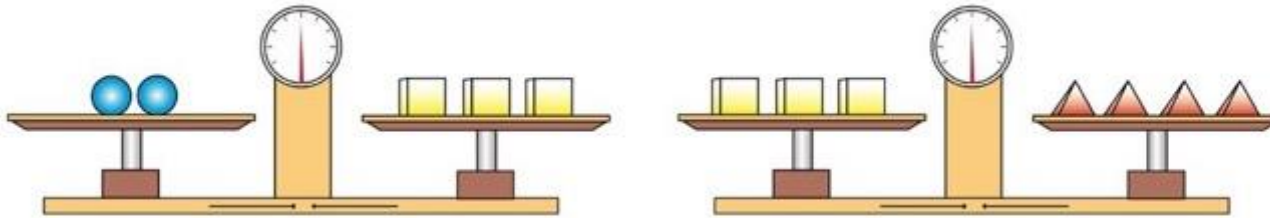
1 piramide = mezza sfera

Quindi...L'oggetto più pesante è il cubo!



...ancora.. Qual è l'oggetto più leggero?

c) Qual è l'oggetto più leggero?



Se 2 sfere pesano 3 cubi, 3 cubi pesano 4 piramidi, l'oggetto più leggero è la piramide

2 sfere = 3 cubi

3 cubi = 4 piramidi

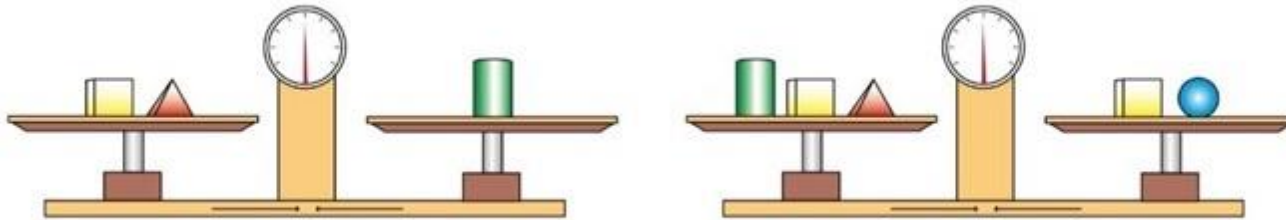
Per fare 3 cubi ci vogliono 2 sfere o 4 piramidi

Quindi...

L'oggetto più leggero è la piramide (perché ce ne vogliono di più)!

Qual è l'oggetto più pesante?

d) Qual è l'oggetto più pesante?



Se un cubo + una piramide pesano 1 cilindro, e
se 1 cilindro + 1 cubo + 1 piramide pesano una ~~sfera~~
sfera + 1 cubo significa che la sfera pesa
un cilindro + 1 piramide, quindi è l'oggetto più pesante.

$1 \text{ cubo} + 1 \text{ piramide} = 1 \text{ cilindro}$

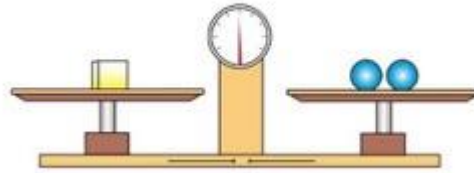
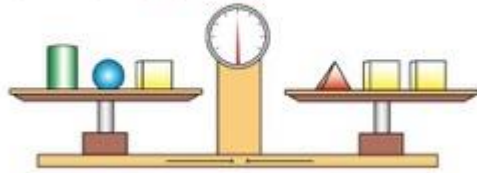
$1 \text{ cilindro} + 1 \text{ cubo} + 1 \text{ piramide} = 1 \text{ cubo} + 1 \text{ sfera}$

Per fare 1 sfera ci vogliono 1 cilindro + 1 piramide

Quindi...

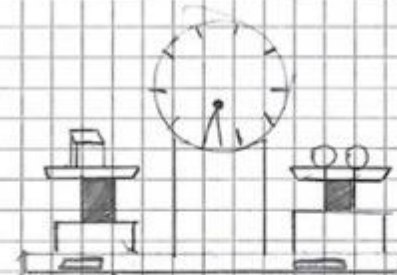
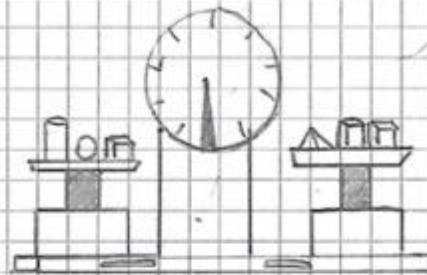
L'oggetto più pesante è la sfera!

e) Pesa di più il  o la  ?

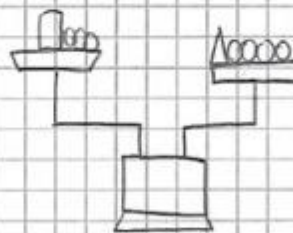


Continuando
con Marco...

E) PESA PIÙ IL  O LA  ?

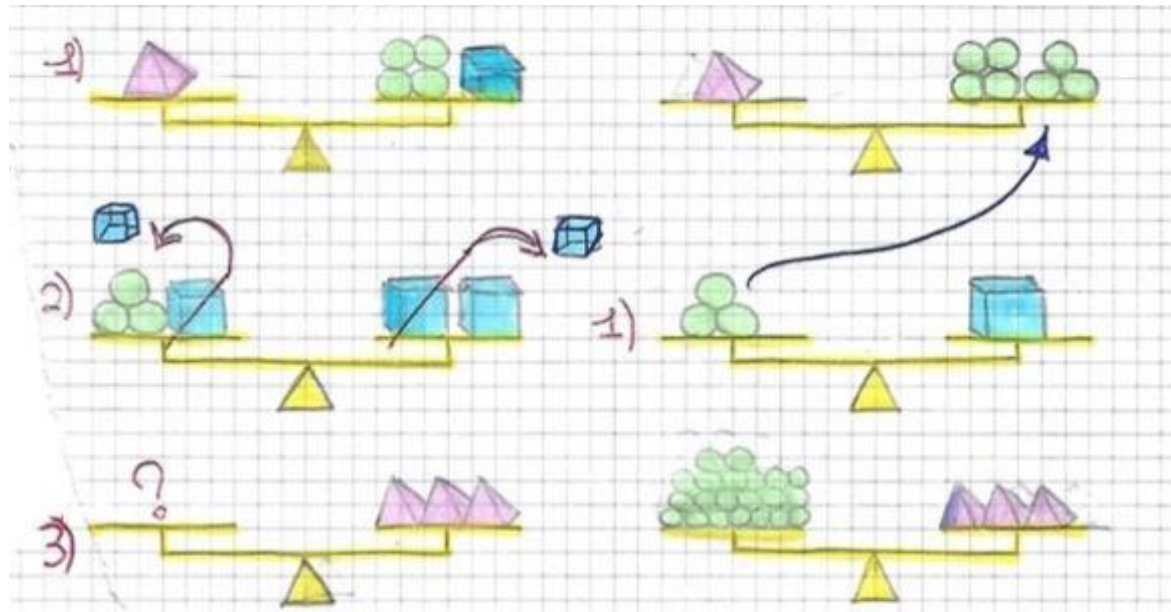


SE UN CUBO È UGUALE A DUE SFERE, SOSTITUISCI
I CUBI ALLE SFERE.



IN QUESTO MODO POSSIAMO CAPIRE CHE È PIÙ
PESANTE IL CILINDRO.

Sono anche molto belli a vedersi...



Quante sfere?

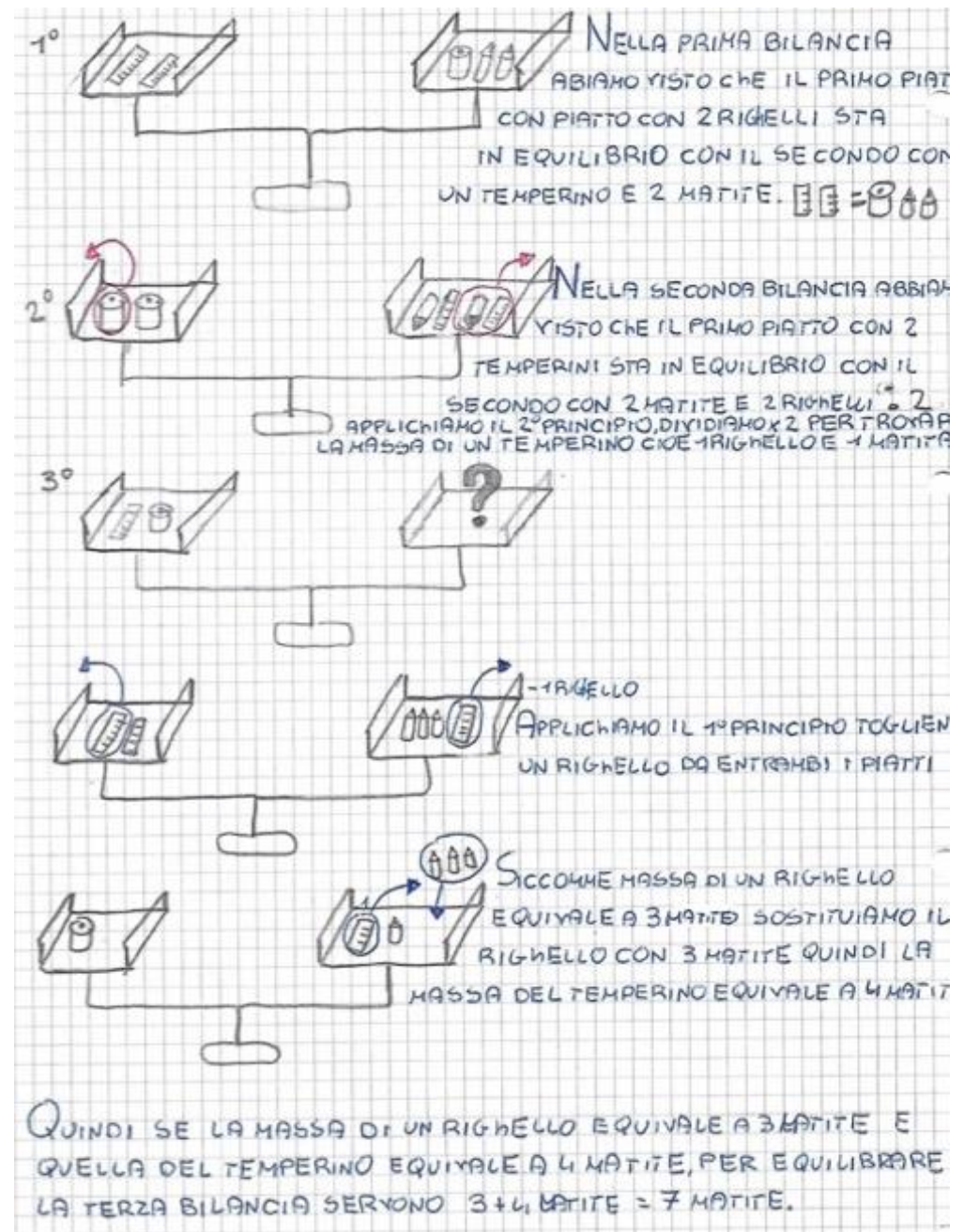
Luna dice...

Osservando la 2° bilancia abbiamo che se avessimo tolto da entrambe i piatti un cubo avremmo scoperto a quanto equivale un cubo ovvero 3 sfere. Abbiamo sostituito il cubo della 1° bilancia con 3 sfere (valore di 1 cubo) e abbiamo capito che una piramide equivale a 7 sfere. Quindi se nell'ultima bilancia troviamo 3 piramidi nell'altro piatto dovremmo mettere 21 sfere per mantenere l'equilibrio.

Con il ragionamento
scritto possiamo
risolvere anche
situazioni più
complesse.

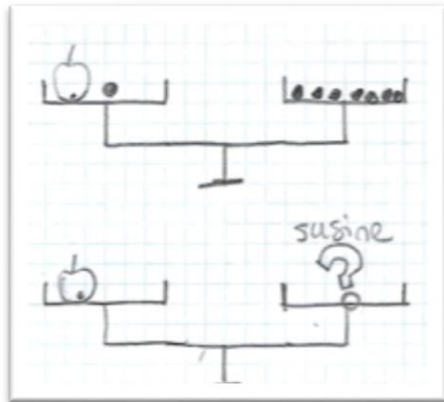
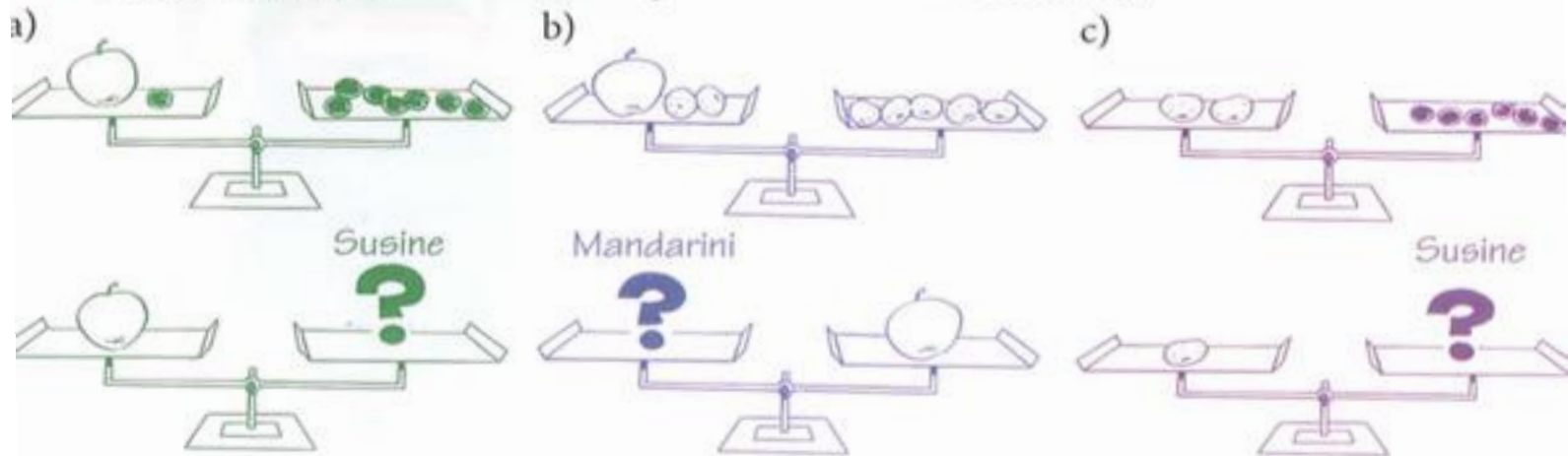
Quante matite?

Alessia disegna e scrive..



E poi ci siamo cimentati con mele, susine e mandarini...

2 Le mele hanno tutte la stessa massa, e così anche le susine e i mandarini.
Equilibra la bilancia mettendo sul piatto vuoto il frutto indicato.

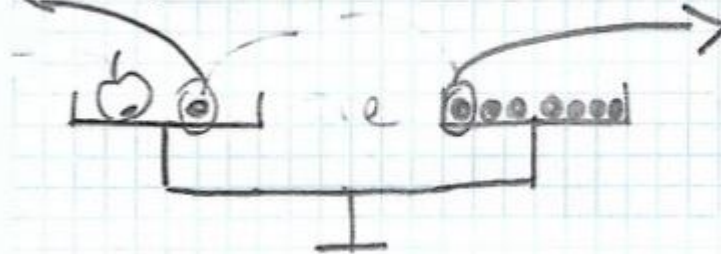


Si comincia con
l'osservare la situazione
di partenza..

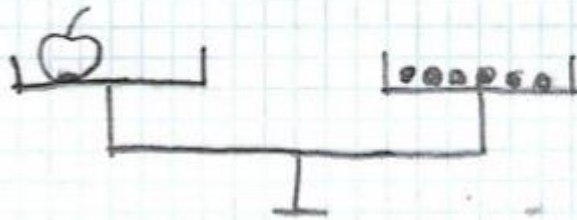
Sul piatto di sinistra troviamo 1 mela e una susina, sull'altro piatto troviamo 7 susine. I due piatti sono in equilibrio. Tutte le mele hanno la stessa massa e così anche le susine. A quante susine corrisponde la mela?

E così, contando e mangiando le susine...

A quante susine corrisponde la mela?



Per trovare la massa della mela applichiamo il 1° principio, mangiando una susina da ogni piatto, quindi mantenendo l'equilibrio.



Di conseguenza la mela ha la stessa massa di 6.

Miriam però si accorge che al posto della mela può mettere x e quindi può scrivere l'equazione..

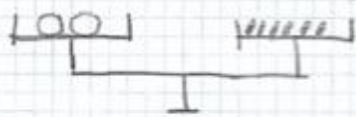


Sostituiamo la mela con x e scriviamo il calcolo sotto forma di equazione

$$x + 1 = 7$$

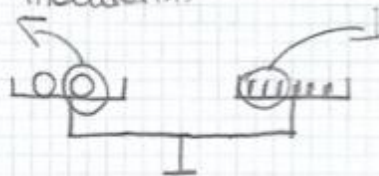
$$x + 1 - 1 = 7 - 1$$

$$x = 6$$

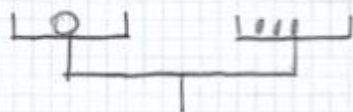


Sul piatto di sinistra troviamo 2 mandarini, mentre sul piatto di destra troviamo 6 susine. I due piatti sono in equilibrio. Tutti i mandarini hanno la stessa massa e così anche le susine.

Come facciamo a trovare la massa dei mandarini?



Per trovare la massa di un mandarino applichiamo il secondo principio, dividendo la frutta del primo piatto e quella del secondo per lo stesso numero: 2. Quindi 1 mandarino ha la stessa massa di 3 susine.



Sostituiamo i mandarini con x e scriviamo il calcolo sotto forma di equazione.

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

E con mandarini e
susine Miriam
applica anche il
secondo principio...
e formalizza
l'operazione con
un'equazione
algebrica.

LA QUESTIONE DEL LINGUAGGIO ALGEBRICO

Questa attività ci permette di soffermarci a riflettere sull'importanza del linguaggio, cioè sulle relazioni fra il linguaggio naturale e quello matematico, ben sapendo quanto sia stretto il rapporto tra la capacità di esprimere correttamente una proposizione nel linguaggio naturale e quella di formularla in linguaggio algebrico. (G. Navarra, Progetto ARAL)



...poi Lorenzo:

Prof, ragionare sui disegni è
divertente, ma in
Laboratorio si capisce
meglio!!!



Tutti naturalmente sono stati d'accordo e quindi
siamo tornati in laboratorio!

Abbiamo ripreso la nostra bilancia...
e abbiamo visto che
se mettiamo su un piatto dei pesi campione possiamo anche
trovare il peso degli oggetti!

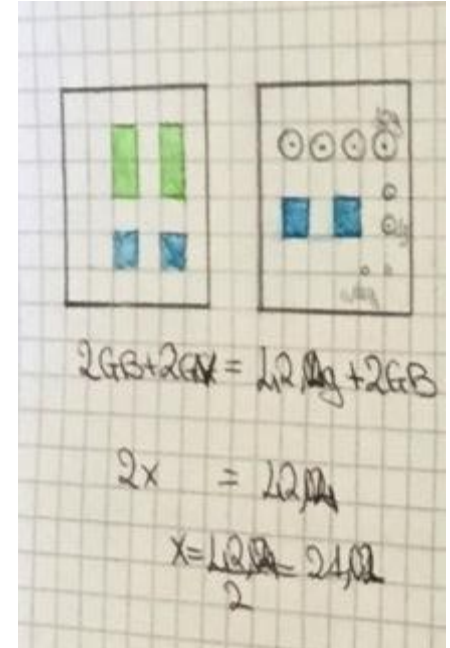
Misurando ci siamo anche accorti che..
la sensibilità dello strumento è addirittura di 0,1 g



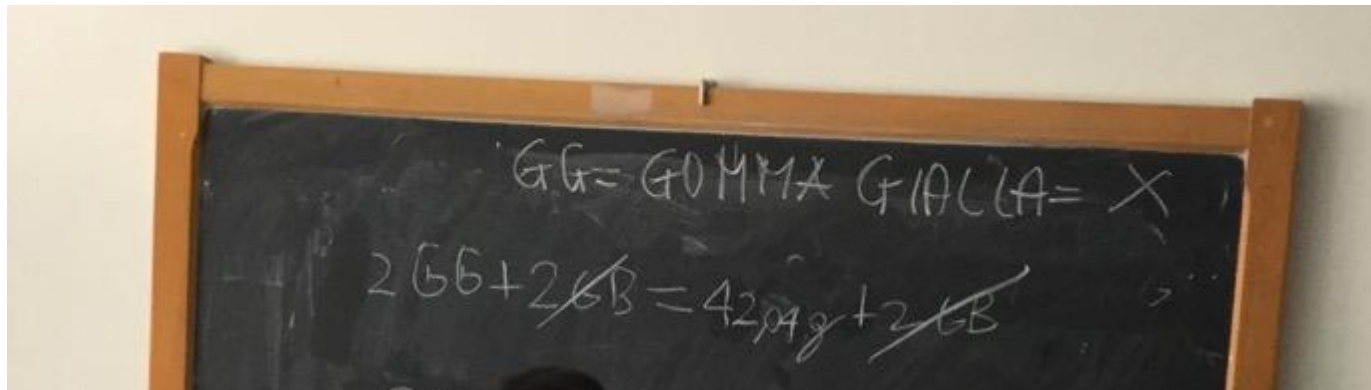
- Quanto pesa la gomma?

Sia sul quaderno che alla lavagna..

Quanto pesa la gomma gialla?



Partendo da GG (gomma gialla) e GB (gomma blu) arriviamo a chiamare x la gomma gialla (GG)



Quanto pesa la gomma gialla?



...applichiamo il **primo principio** di equivalenza: cioè togliamo da entrambi i piatti 2 gomme blu (GB).

...e poi applichiamo il **secondo principio** di equivalenza: cioè dividiamo per due il contenuto di entrambi e piatti.





$$\frac{2 \text{ GOMME}}{2} = 1 \text{ GOMMA} = \frac{42 \text{ kg}}{2} = 21 \text{ kg}$$



SE SOPRA UN PIATTO HO DUE GOMME, PER AVERE L'EQUILIBRIO, SULL'ALTRO PIATTO DEVO AVERE UNA QUANTITÀ DI PESI CAMPIONE DOPPIA. QUINDI SE VOGLIO SAPERE QUANTO PESA UNA GOMMA DEVO DIVIDERE PER DUE IL CONTENUTO DI ENTRAMBI I PIATTI.

Ripensando
al Secondo
Principio...

Adele dice:

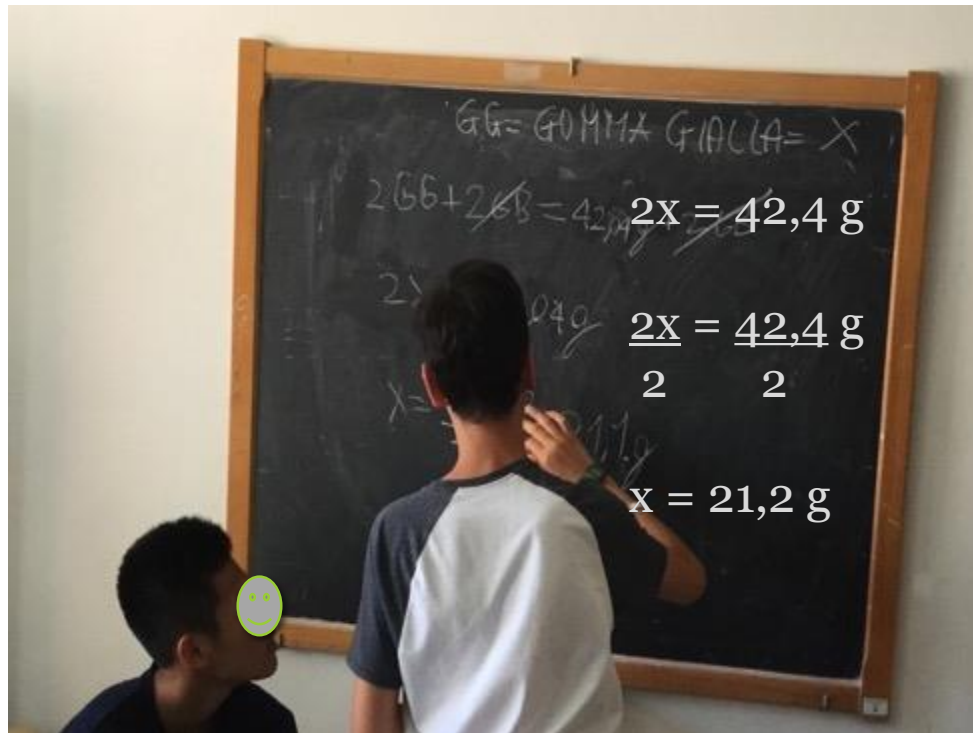
ORA HO CAPITO!
QUESTO È IL SECONDO PRINCIPIO



...e scriviamo
tutto alla lavagna.



Situazione di
partenza



La gomma
gialla pesa
circa 21,2 g

Ritornare in laboratorio dopo aver fatto tante prove di ragionamento ha
rappresentato un momento piacevole e ludico.

... e soprattutto nessuno a questo punto ha più dubbi sui principi di
equivalenza!

E se la x è un sacchetto di riso?

Alcuni alunni preparano con il riso sacchetti di diverso peso.



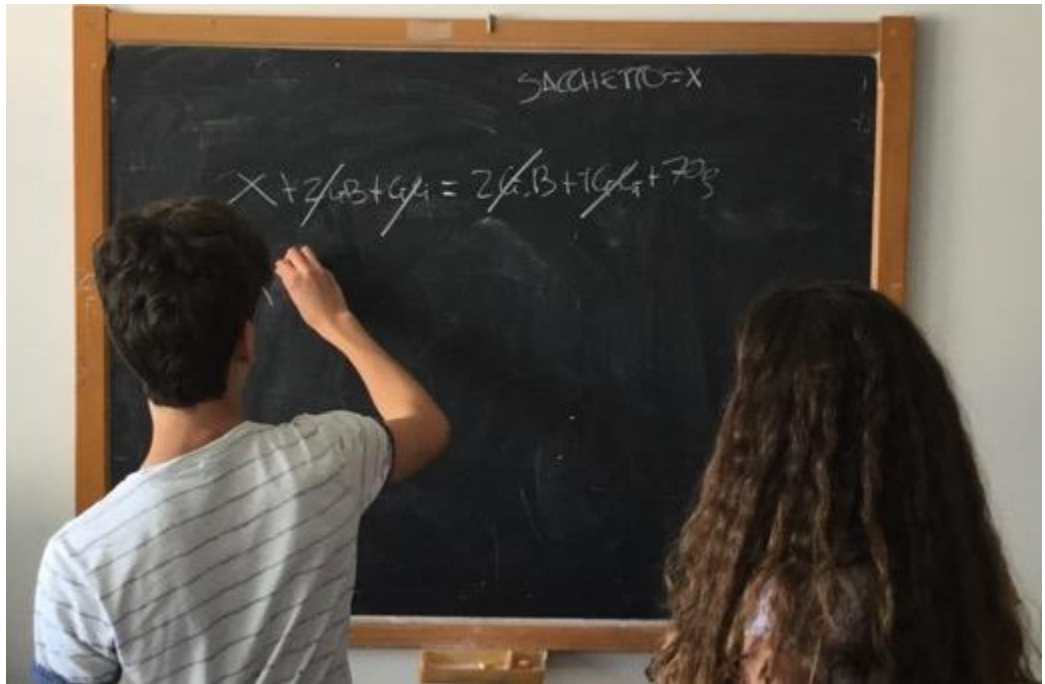
Quanto pesa un sacchetto di riso?



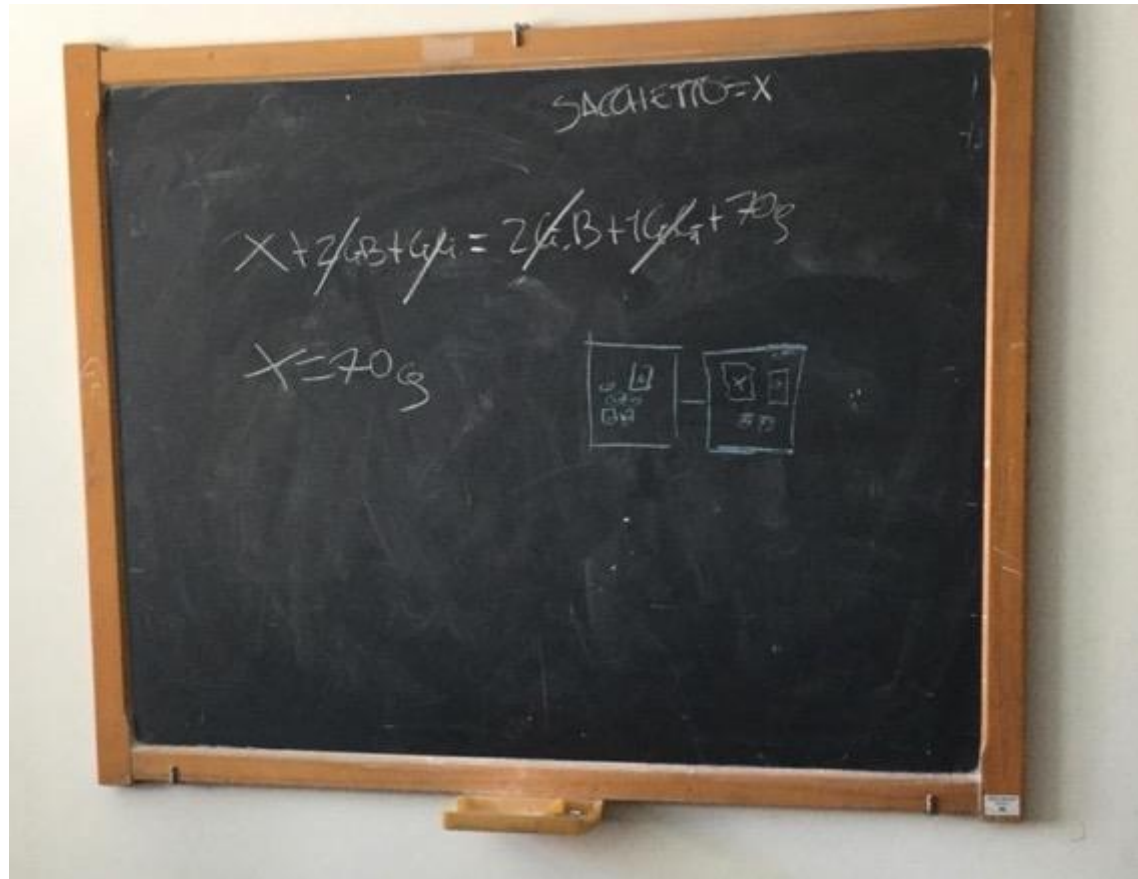
Applichiamo i principi di equivalenza



E poi
trascriviamo tutte
le operazioni in
un linguaggio
simbolico



Il sacchetto pesa 70 grammi



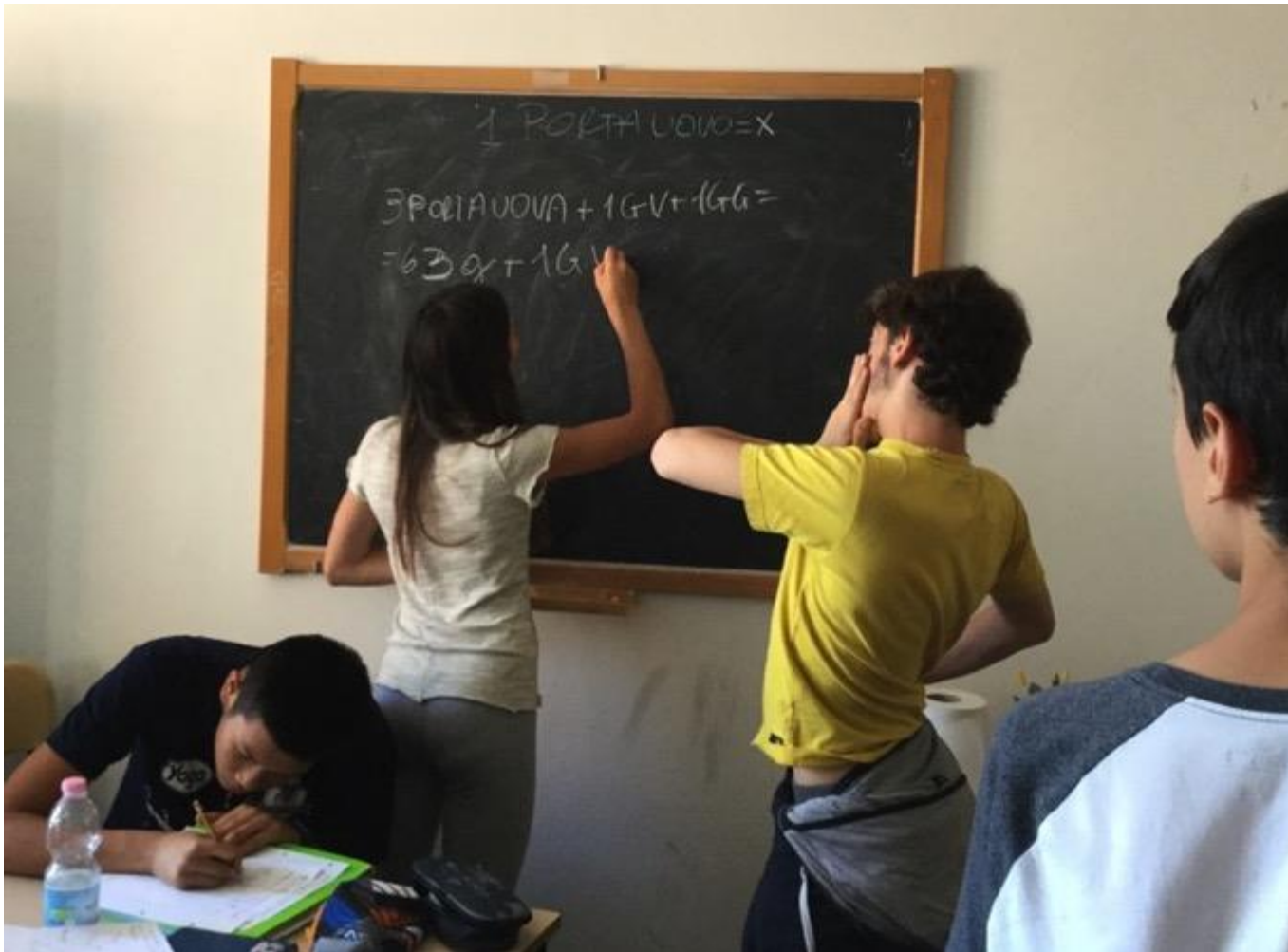
Disegni e linguaggio simbolico

Poi proviamo con oggetti diversi...

Quanto pesa un portauovo?



...contemporaneamente alla lavagna..



...il clima è molto collaborativo e... rilassato!

Dopo aver applicato i principi di equivalenza...



Un portauovo pesa 21 g

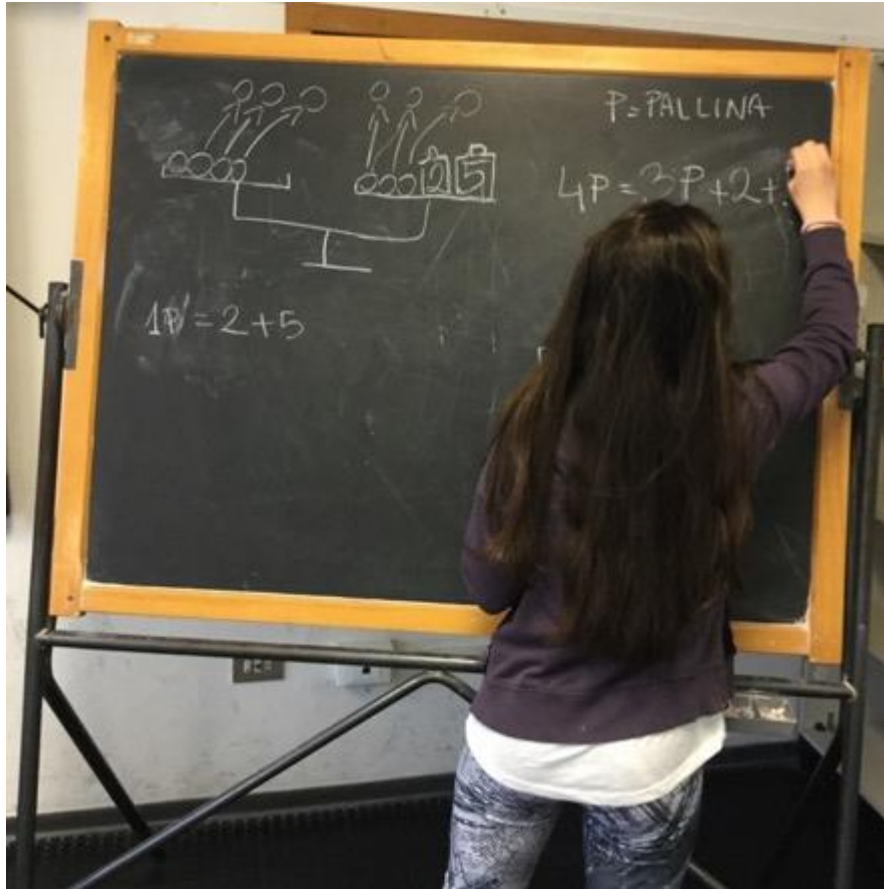


Ma che strano prof,
pesa quanto una
gomma! ...forse sarà
meglio **riprovare!**

A questo punto
riprovare fa
parte del gioco!!



Il ragionamento continua in classe...



Vengono usati
indifferentemente simboli
diversi...e non solo la x.

Serena risolve la
situazione problema con il
linguaggio simbolico...



Dal quaderno di Gaia

$$2p + 4b = 4p + 2b$$

Con il linguaggio simbolico:

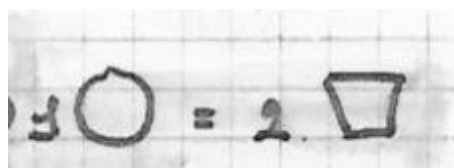
p: pallina

b: bicchiere

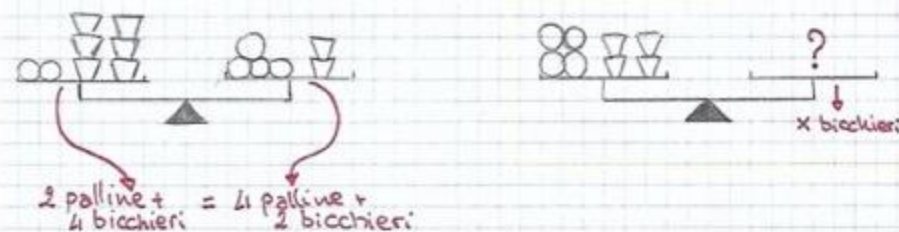
tolgo 2p dai piatti

$$4b = 2p$$

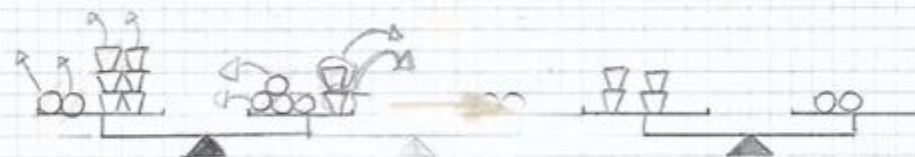
divido per 2



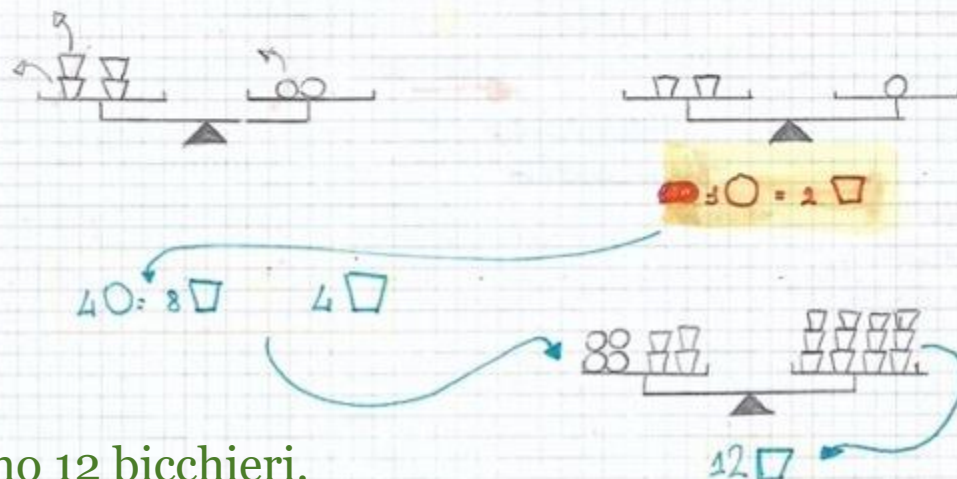
$$1p = 2b$$



Se si tolgono 2 palline e due bicchieri da tutti e due i piatti, con il primo principio, la bilancia rimane equilibrata.

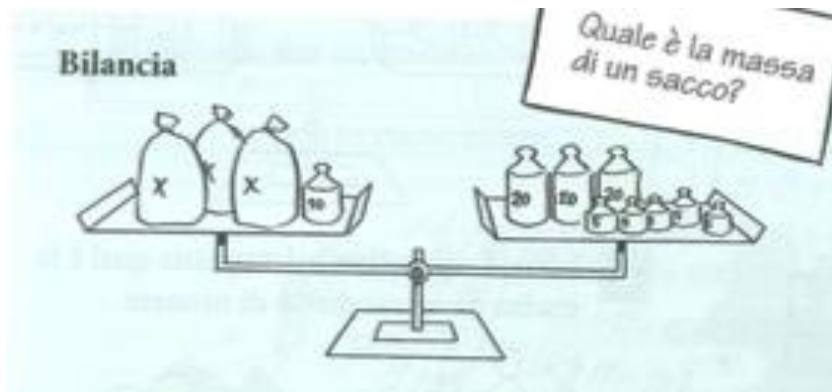


Adesso si divide per due da tutti e due i piatti usando il secondo principio.



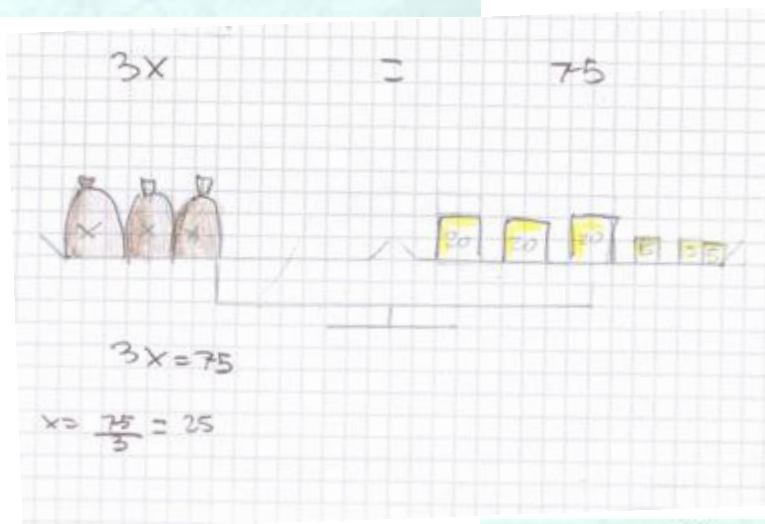
Per equilibrare la bilancia ci vogliono 12 bicchieri.

Qual è la massa di un sacco?



A questo punto i tempi sono maturi, si risolve con un'equazione!

$$3x + 10 = 85$$



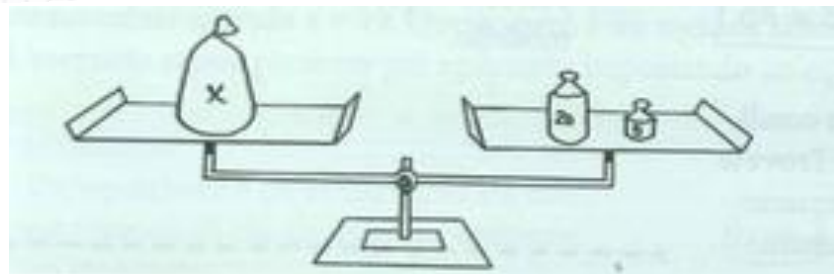
$$3x + 10 - 10 = 85 - 10$$

$$3x = 75$$

$$x = 25$$



Un sacco pesa 25 kg



Dai problemi alle equazioni... Il problema di Diofanto:

*«Questa è la tomba che racchiude Diofanto,
meraviglia da contemplare! Per mezzo dell'arte
aritmetica insegna la misura della
sua vita. Dio gli concesse la
fanciullezza per un sesto della sua vita;
dopo un altro dodicesimo la barba coprì le sue
guance; dopo un settimo accese la fiaccola nuziale,
e dopo cinque anni ebbe un figlio.
Ahimè! il misero fanciullo, pur tanto amato,
appena raggiunta la metà degli anni di vita
del padre, morì. Quattro anni ancora, mitigando il
proprio dolore colla scienza dei numeri,
visse Diofanto a raggiungere il termine della sua vita».*

Quanti anni visse Diofanto?



Martina non ha dubbi:
 pensa subito di
 impostare
 un'equazione!
 ...ma poi si dimentica
 un pezzo: 4 anni!
 ...allora ricomincia, ma
 intanto risponde
 Fabrizio

$$x = \frac{756}{9} = 84$$

RISPOSTA
 Diofanto è vissuto 84 ANNI

DATI

$x = \text{ETÀ DI DIOFANTO ? (A CHE ETÀ È MORITO?)}$

$$\frac{1}{6}x = \text{FANCIULLEZZA}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x = \text{ETÀ BARBA}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \text{MATRIMONIO}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 = \text{FIGLIO}$$

$$\text{MORTE FIGLIO} = \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 = \frac{14x + 7x + 12x}{84}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x = x$$

$$\frac{14x + 7x + 12x + 420 + 42x}{84} = \frac{84}{84} \times x \quad (\text{MOLTIPLICO PER 84 ENTRAMBI I MEMBRI})$$

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x = 84x$$

$$-9x = -420 \quad (\cdot -1)$$

$$9x = 420$$

$$x = \frac{420}{9} \quad \text{MANCANO I 4 ANNI!}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$$

$$\frac{14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336}{84} = \frac{84}{84} \times x$$

$$14x + 7x + 12x + 42x = -420 - 336$$

$$-9x = -756 \quad (\cdot -1)$$

$$9x = 756$$

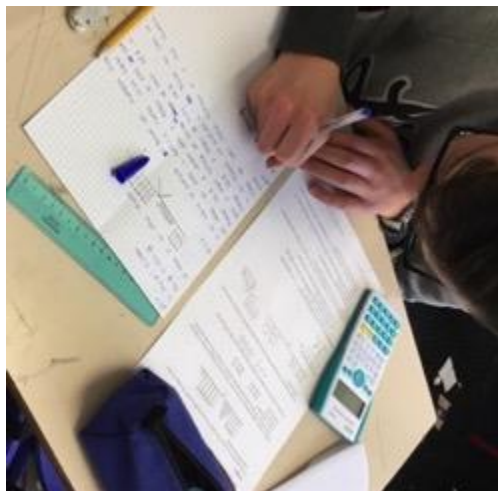
$$x = \frac{756}{9} = 84$$

Ritornando alla questione del linguaggio algebrico...



Arrivati a questo punto gli alunni, avendo ormai acquisito un'abitudine alla descrizione attraverso linguaggi diversi (verbale, iconico, matematico) dimostrano di aver superato uno dei nodi più importanti nel campo concettuale dell'algebra: il passaggio **dal linguaggio naturale** nel quale sono formulati o descritti i problemi **a quello algebrico-formale** in cui si traducono le relazioni che essi contengono e successivamente la loro soluzione.

VERIFICA



Nome _____

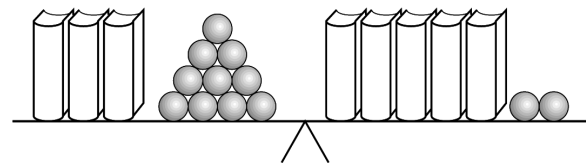
Cognom e _____

Cl asse _____

Data _____

Verifica

1. Ciascuna sfera ha una massa di 30 g. Qual è la massa di un libro se tutti i libri hanno la stessa massa? Motiva la risposta.



2. Pietro, Chiara e Matteo hanno diviso tra loro 100 €. Chiara ha avuto il doppio di Pietro e Matteo ha avuto 20 € meno di Chiara. Motiva quale delle due alternative è corretta. Motiva anche perché hai escluso l'altra opzione.

- | | | |
|----------------|-------------|-------------|
| a) Pietro 25 € | Chiara 50 € | Matteo 30 € |
| b) Pietro 24 € | Chiara 48 € | Matteo 28 € |

3. Verifica, senza risolvere l'equazione, quali dei numeri proposti sono radici dell'equazione.

$$9 - 3x = \frac{6}{x} \quad \text{①} \quad \text{②} \quad \text{③}$$

4. Scegli l'equazione che corrisponde alla situazione sulla bilancia. Risolvi l'equazione e trova il peso di una scatola.



$$x + 4 = 20$$

$$4x = 20$$

$$2x + 4 = 20$$

5. Risolvi l'equazione.

- a) $12x - 14 = 3x + 148$
b) $\frac{x}{8} + 7 = 16$
c) $\frac{12}{x} = \frac{40}{8}$
d) $3(x - 2) = 6x$

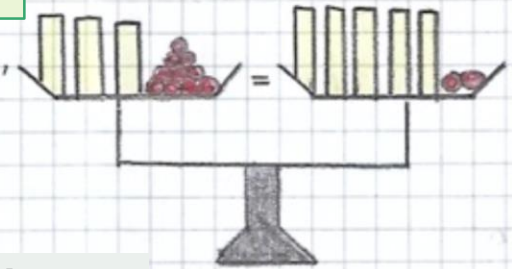
6. Anna e Matteo hanno scritto 300 biglietti di invito a una festa. Anna ha scritto il doppio dei biglietti che ha scritto Matteo. Quanti biglietti ha scritto ciascuno di loro?

RISULTATI OTTENUTI

Gioele riproduce il disegno...

SE UN LIBRO È EGUALE A 4 PALLINE,
UN LIBRO PESA 120 g.

$$\text{LIBRO} = 120 \text{ g}$$



1. Ciascuna sfera ha una massa di 30 g. Qual è la massa di un libro se tutti i libri hanno la stessa massa? Motiva la risposta.

NOTA
DATI

$$1 \text{ S} = 30 \text{ g}$$



RICHIESTA
MASSA LIBRI?

L = LIBRO
S = SFERE

Nel piatto di sinistra ci sono 3L e 8S mentre in quello di destra ci sono 6L e 2S. Perciò visto che la bilancia è in equilibrio, nel piatto di destra i 2L che ci sono in più rispetto al piatto di sinistra, compensano le 8S che mancano nel piatto di destra.

Perciò per trovare la massa di un libro vanno moltiplicate le 8S che mancano per la loro massa ($8 \times 30 \text{ g} = 240 \text{ g}$) ora visto che 8S sono equivalenti a 2L, basta dividere 240g per 2 ($\frac{240 \text{ g}}{2} = 120 \text{ g}$).

RISPOSTA:

LA MASSA DI 1L È 120g.

Riselda risolve, come richiesto, il primo quesito argomentando nel linguaggio naturale, ma utilizzando simboli e operazioni tipiche del linguaggio matematico. Fabrizio è più sintetico ma altrettanto efficace!

① HO ESCLUSO 3 LIBRI E 2 PALLINE DA ENTRAMBI I PIATTI DELLA BILANCIA E LA BILANCIA È DIVENUTA COSÌ:



HO DIVISO LE 8 PALLINE PER I DUE LIBRI ($8 : 2$) IL RISULTATO È 4 PALLINE PER OGNI LIBRO ($8 : 2 = 4$)

SAPENDO CHE UNA PALLINA PESA 30g HO MOLTIPLICATO LE 4 PALLINE PER 30g ED IL RISULTATO È 120g PER OGNI LIBRO ($30 \times 4 = 120 \text{ g}$)

2. Pietro, Chiara e Matteo hanno diviso tra loro 100 €. Chiara ha avuto il doppio di Pietro e Matteo ha avuto 20 € meno di Chiara. Motiva quale delle due alternative è corretta. Motiva anche perché hai escluso l'altra opzione.

- | | | |
|----------------|-------------|-------------|
| a) Pietro 25 € | Chiara 50 € | Matteo 30 € |
| b) Pietro 24 € | Chiara 48 € | Matteo 28 € |

Eva spiega così il suo ragionamento...

ES. 2
Nel problema si dice che Chiara ha avuto il doppio di Pietro, però se guardiamo le due opzioni in entrambi i casi Chiara ha il doppio di Pietro. Anche nel caso di Matteo in entrambe le opzioni ha 20€ meno di Chiara. Così le due opzioni sembrano entrambe corrette. Allora ho deciso di sommare i soldi delle due opzioni.

a) $25€ + 50€ + 30€ = 105€$

b) $24€ + 48€ + 28€ = 100€$

Facendo così mi sono resa conto che nell'opzione una non c'è come 100€ ma 5€ in più. L'opzione corretta è la b.

N. 4 ...e risolve l'equazione del quesito 4

$$2x + 4 \text{ kg} = 10 \text{ kg} + 10 \text{ kg}$$

$$2x + 4 = 20$$

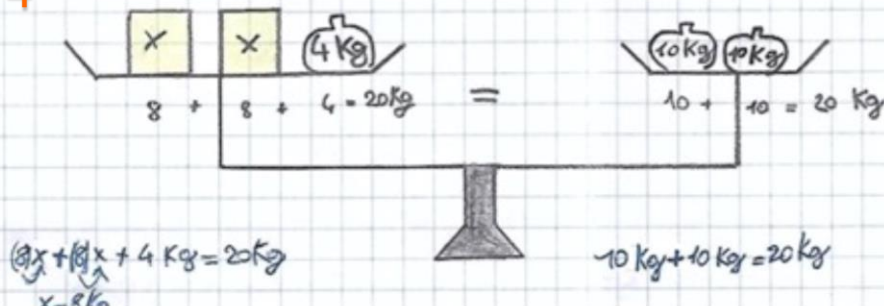
$$2x = 20 - 4$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

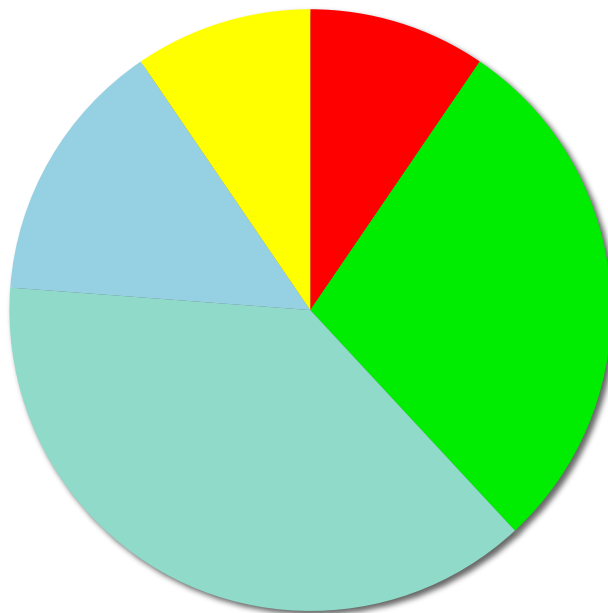
Ognuno a modo suo, ma tutti sono in grado di risolvere i quesiti e le equazioni proposte.

ES. 4 ...Gioele è sempre artistico



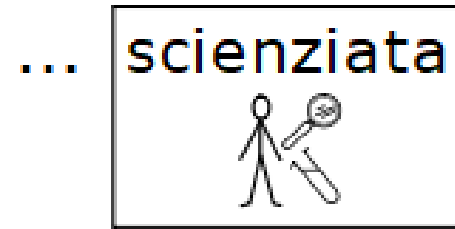
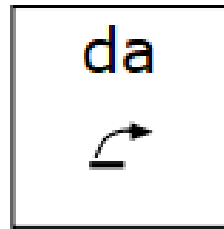
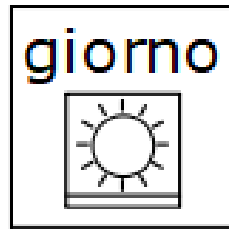
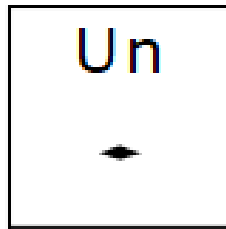
Risultati ottenuti nel complesso della verifica sono stati molto positivi: quasi tutti dal 7 al 10.

0	2	6	8	3	2
5	6	7	8	9	10



Al percorso hanno partecipato proprio tutti.
Anche Asia...

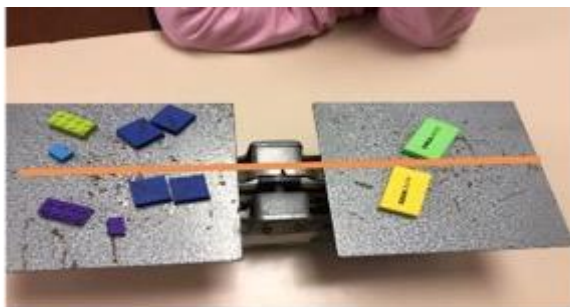
Asia si è sentita molto coinvolta e partecipe, lavorando coi i compagni con la bilancia e i principi di equivalenza!





Symwriter è un potente sistema di elaborazione linguistica: associa i simboli alla scrittura.

Oggi 	con 	le 	professoressa 	Bisogno 	e 	Papini 			
siamo 	andati 	nel 	laboratorio 	di 	scienze 	.			
Abbiamo 	utilizzato 	una 	bilancia 	a 	due 2	piatti 	,		
dei 	lego 	e 	delle 	gomme 	di 	diverse 	dimensioni 	.	
In 	ogni 	piatto 	abbiamo 	messo 	lo stesso =	numero 123	di 	lego 	fino 
a 	raggiungere 	l' 	equilibrio 	perfetto 	.				
Abbiamo 	notato 	che 	aggiungendo 3+1+2=	o 	levando 	la stessa =	quantità 		
da 	entrambi 	i 	piatti 	la 	bilancia 	rimaneva 	in equilibrio 	.	



Con Symwriter Asia può raccontare e riflettere sull'esperienza...

Infine , per completare il nostro esperimento ,
oltre ai lego , abbiamo messo in un piatto
due 2 gomme grandi e nell'altro 4 gomme piccole ,
due 2 lego grandi e due 2 piccoli .
Dividendo a metà la quantità contenuta in ciascun piatto ,
abbiamo scoperto che una gomma grande pesa quanto
la somma di due 2 gomme piccole ,
un lego grande e uno piccolo .



...e anche condividerla con i compagni!

E per divertirsi un po' con il computer...

Nuova scheda
chiamata Operab

Equazioni di algebra Equazioni Istruzioni

Replica l'equazione data spostando i blocchi di X e 1 ai lati della scala di bilanciamento. Quindi usa addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione su ciascun lato per risolvere x.

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$4x = 2x + 4$$

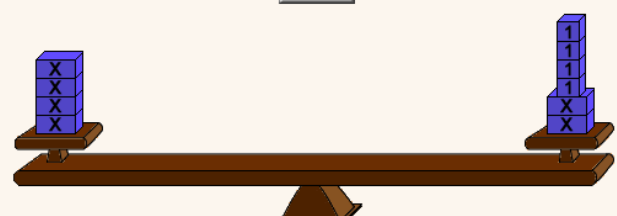

Continue

Clear Create Problem New Problem

Equazioni di algebra Equazioni Istruzioni

Replica l'equazione data spostando i blocchi di X e 1 ai lati della scala di bilanciamento. Quindi usa addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione su ciascun lato per risolvere x.

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$4x = 2x + 4$$


Continue

Clear Create Problem New Problem

VALUTAZIONE DELL'EFFICACIA DEL PERCORSO

Il percorso didattico *PE(N)SANDO SI IMPARA* contribuisce allo sviluppo negli alunni di “*competenze osservative-logico-linguistiche, fondamentali per la formazione democratica del cittadino*”. (Fiorentini, 2000)

Inoltre, attraverso il coinvolgimento emotivo, il confronto e il dialogo tra pari, favorisce un atteggiamento mentale non rigido, ma aperto e riflessivo, congeniale ad utilizzare gli strumenti matematici appresi per operare nella realtà. (Indicazioni Nazionali, 2012)



BIBLIOGRAFIA - SITOGRAFIA

- Castelnovo Emma, Leggi matematiche, La Nuova Italia 2005
- Bertinetto Clara et Alii, Contaci!, Zanichelli, 2012
- C. Fiorentini, Quali condizioni per il rinnovamento del curricolo?, in F. Cambi (a cura di), *L'arcipelago dei saperi, Progettazione curricolare e percorsi didattici nella scuola dell'Autonomia*, Le Monnier, Firenze, 2000
- <https://matematichiamoblog.wordpress.com/2017/04/14/equazioni-e-bilance/>
- <http://www.hoodamath.com/mobile/games/algebrabalanceequations.html>
- http://www.progettoaral.it/wp-content/uploads/2016/07/2001_INS_ItalianoOltre_stuzzicadenti.pdf
- <http://symwriter.auxilia.it/>



*Il percorso è risultato
inclusivo ed efficace
ed ha contribuito a
rafforzare negli
alunni un rapporto
positivo verso la
matematica!*

...e poi ci dato la
possibilità di
risolvere storie del
passato!

