PERCORSO DIDATTICO SUL VOLUME E LA CAPACITÀ

Anna Dallai, Monica Falleri, Carlo Fiorentini,
Antonella Martinucci, Rossana Nencini, Elena Scubla, Sandra Taccetti
2018-2019

Volume[1]
Volume assume il significato di sviluppo, ampiezza, spazio occupato da un corpo. Volume rende conto della *quantità* di spazio occupata da un oggetto, quantità che non può essere attribuita che a una porzione di spazio limitata; in questo senso, un "volume" è una grandezza. **Un volume è dunque una *grandezza,* la cui specificità non sempre viene compresa bene.** Succede, infatti, che gli studenti contino i quadrati per calcolare un'area, il che permette loro di ricordare che **una *misura* è, in realtà, un "conteggio" di unità**, anche se, dopo averlo fatto, essi non comprendono più perché questo conteggio è sostituito da *operazioni su lunghezze.* Ma essi non hanno, in ogni caso, mai riempito spazi con cubi per valutare volumi, e il fatto che una tale "misura", sia nella pratica, riportata alle sole misure di lunghezza sembra un fatto ancor più "magico". In generale, i volumi proposti a scuola non sono *misurati*, ma *calcolati* a partire da misure di lunghezza, o di lunghezze e di aree.
Il volume di un solido è una grandezza caratterizzante la porzione di spazio occupata da quel solido. Si misura in unità cubiche, che sono cubi il cui spigolo ha per lunghezza un'unità di lunghezza. Quando le unità cubiche sono quelle del sistema metrico, ciascuna unità è mille volte più grande di quella che la segue, e mille volte più piccola di quella che la precede.
"Ciò che occupa spazio" può essere pieno o vuoto. Se un solido è vuoto, può essere riempito di sabbia o di liquido, o di ogni altra sostanza che colmi lo spazio vuoto**; nel primo caso si parlerà di *volume*, nel secondo si parlerà piuttosto di *capacità.***
Il fatto che una unità immediatamente inferiore a un'unità di volume qualunque sia *mille* volte più piccola ha determinato la necessità, nella vita reale, di altre unità, che sono più in particolare unità di *capacità,* ossia il *litro*, i suoi multipli e i suoi sottomultipli, stabiliti di nuovo dalle suddivisioni decimali: 1 litro vale 10 decilitri, i decilitro vale 10 centilitri.

Solido[2]
Un solido è una parte di spazio limitata da una superficie. Questi oggetti possono essere pieni o vuoti, purché siano *rigidi:* idealizzati, essi rappresentano la stessa "configurazione di punti dello spazio. Così si dice che un *cubo* è un solido definito dalle proprie *facce,* cioè dalla propria superficie, senza specificare se è pieno o vuoto, **poiché il posto che occupa e la *quantità* di posto occupato (il suo *volume*) non cambiano a seconda che sia pieno o vuoto**.

[1] Stella Baruk, *Dizionario di matematica elementare,* Bologna, Zanichelli, 1998, pp.642-644.

[2] Ibidem, pp. 558,559.

Spazio[3]
Nella scuola dell'obbligo, *spazio* è di solito usato per contrapporre lo studio delle figure "in rilievo" a quello delle figure "piatte", più che mettere in gioco gli spazi della geometria. *Spazio* senza altra precisazione significa "spazio nel quale occorrono tre coordinate per individuare un punto"; è quello che più assomiglia alla spazio "ordinario", quello degli oggetti "in rilievo", che in matematica si chiamano "solidi".

Percorso per la classe quinta

1. Travasiamo dell'acqua da un recipiente ad un altro più stretto e più alto. Chiediamo agli alunni, rispondendo individualmente per iscritto, se la quantità di acqua è rimasta la stessa o se è cambiata. Chiediamo, inoltre, di fornire una spiegazione della loro risposta.

Secondo Piaget, l'età media al di sopra della quale gli alunni rispondono correttamente è 7-8 anni. E, probabilmente, la maggior parte di essi risponderà in modo adeguato. Gli alunni, che concordano sulla conservazione, forniranno alcune delle spiegazioni indicate da Piaget:
a) nel secondo recipiente sembra esserci più acqua, ma se si riversa l'acqua dal secondo recipiente nel primo, si potrà constatare che si riottiene lo stesso livello iniziale di acqua (operazione della *reversibilità*);
b) anche se nel secondo recipiente sembra esserci più acqua, essa deve essere la stessa come quantità perché nel travaso tutta l'acqua del primo contenitore è stata versata nel secondo senza nessuna perdita (principio di *identità*);
c) nel secondo recipiente sembra esserci più acqua perché esso è più alto; è tuttavia anche più stretto e quindi la quantità di acqua deve essere uguale (*moltiplicazione delle relazioni).*

2. Disponiamo sul banco tre coppie di recipienti contenenti acqua. I primi due recipienti uguali contengono diverse quantità di acqua; i secondi due recipienti sono diversi ed hanno lo stesso livello di acqua; la terza coppia è costituita da recipienti diversi con un diverso livello di acqua, in modo tale che non sia possibile stabilire ad occhio chi ne contiene di più.
Chiediamo agli alunni, sempre con una risposta scritta individuale, in relazione ad ogni coppia di recipienti, se c'è più acqua o è la stessa.

Tutti risponderanno facilmente al primo ed al secondo quesito. Per quanto riguarda il secondo, se non fosse stata effettuata l'attività precedente di travaso, la risposta sarebbe stata meno scontata. La coppia più problematica è la terza. La classe si dividerà in vari raggruppamenti, vi sarà chi affermerà: 1) che c'è più acqua nel primo recipiente, 2) che c'è più

[3] Ibidem, pp.564, 565.

acqua nel secondo, 3) che vi è la stessa quantità di acqua, 4) che non si può dire dove c'è più acqua perché ad occhio non è possibile decidere in un senso o nell'altro

Probabilmente qualche studente indicherà la o le soluzioni del problema. Se ciò non avvenisse, proponete voi lo stimolo per le soluzioni.

La metodologia didattica che abbiamo prospettato sia teoricamente che concretamente con i vari percorsi didattici già presentati, pone lo studente effettivamente al centro del processo di apprendimento: la conoscenza viene costruita dagli studenti sotto la regia attenta e duttile dell'insegnante. Generalmente, la classe, con la dinamica, costantemente ed esplicitamente indicata o presupposta, esistente tra momento individuale e momento collettivo, è in grado di trovare progressivamente le soluzioni ai vari problemi incontrati. Tuttavia, può capitare che ciò non sempre accada; in questi casi è evidentemente necessario l'intervento dell'insegnante, che deve, comunque, secondo noi, non dare mai la risposta completa, ma deve limitarsi a fornire gli stimoli sufficienti per fare proseguire la costruzione della conoscenza da parte degli studenti. Infine, se a volte lo stimolo dovesse coincidere con la risposta, potrebbe rimanere stimolo e non risposta, se venisse dato dall'insegnante sotto forma di domanda. Vediamo una prima soluzione.

3. Collochiamo sul banco un recipiente uguale ad uno dei due della terza coppia e chiediamo agli studenti se può essere utile per stabilire chi contiene più acqua. In questo modo si ritorna alla possibilità di un confronto percettivo diretto: quando i due recipienti sono uguali, il livello maggiore indica una maggiore quantità di acqua.

Potrebbe, tuttavia capitare che i due livelli siano talmente simili da non riuscire a stabilire dove c'è più acqua. Come si può procedere? L'inventiva degli alunni è, a volte, inimmaginabile; noi ci aspetteremmo una certa risposta, essi potrebbero invece formulare altre ipotesi, quali ad esempio, quella di prendere due recipienti uguali molto più stretti e di versare in questi l'acqua dei due recipienti precedenti. Potrebbe in questo modo essere risolto il caso precedente, oppure no.

Successivamente, riproponiamo noi il caso in cui anche con questi recipienti più stretti i due livelli siano molto simili. A questo punto diventa necessario effettuare questa osservazione: anche se i due livelli fossero uguali, non potremmo comunque essere certi che la quantità di acqua sia la stessa, perché i recipienti sono sempre costruiti con un'imprecisione più o meno grande.

Potremmo chiedere agli alunni: chi ci assicura che i due recipienti siano effettivamente uguali, che contengano cioè la stessa quantità di acqua? Si può in qualche modo controllare come stanno le cose?

Le attività finora svolte dovrebbero aver condotto tutti gli alunni alla consapevolezza che la vista (la percezione) può permettere di risolvere il problema nei casi non ambigui (come d'altra parte si era già constatato nella classe terza per la lunghezza e nella classe quarta per il peso), e che, invece, in quelli ambigui, occorre in qualche modo misurare la quantità di acqua.

4. Come si fa a misurare la quantità di acqua? Chiediamolo agli alunni.

È molto probabile che gli alunni indichino più risposte; dopo la discussione, facciamo verificare quelle che vengono giudicate le più plausibili. La soluzione più facilmente praticabile del caso precedente dei due contenitori uguali con lo stesso livello apparente di acqua consiste nel misurare il peso. Se gli alunni non avessero prospettato questa ipotesi, chiediamo loro se una bilancia può permettere di risolvere il problema. Essi, a questo punto, dovrebbero individuare facilmente la soluzione, consistente nel pesare prima ciascun recipiente pieno e poi vuoto, e per differenza calcolare il peso dell'acqua. Nella scuola primaria vengono sicuramente proposti problemi con il peso lordo, il peso netto e la tara; è importante affrontare questi problemi non solo sulla carta, ma in situazioni concrete.

Un modo per misurare la quantità di acqua consiste quindi nel pesarla. Se questa ipotesi non fosse stata prospettata, è importante comunque introdurla anche se non necessariamente in questo punto del percorso, perché lo studente deve in più occasioni utilizzare sia il peso che il volume per diventare consapevole che sono **due le modalità fondamentali per misurare la quantità dei corpi, a prescindere dal fatto che siano liquidi o solidi.**

Si può misurare il loro peso o si può misurare il loro volume, cioè lo spazio che occupano ("la quantità di spazio occupata da un corpo" oppure "la grandezza caratterizzante la porzione di spazio occupata da un corpo"). La terminologia con cui gli alunni indicheranno questa seconda modalità di misurare l'acqua, probabilmente sarà la più varia; ciò che è importante è che abbiano compreso la necessità di misurare lo spazio occupato dall'acqua, che abbiano, cioè, prospettato le operazioni necessarie, consistenti nel versare in un recipiente più piccolo (unità di misura) l'acqua contenuta nei due recipienti.

Potrebbe essere sufficiente questo recipiente più piccolo (recipiente A) per verificare quale dei due recipienti precedenti contiene più acqua. Supponiamo che, ad esempio, l'acqua del recipiente 1 corrisponda 7 volte al recipiente A e che l'acqua del recipiente 2 a 7 volte e un po'.

La misura del volume dell'acqua viene effettuata con la scelta di un'unità di misura e con l'operazione di riempire più volte questa unità di misura. Evidentemente tutto ciò presuppone che l'alunno abbia acquisito completa consapevolezza della conservazione dell'acqua nelle operazioni di travaso.

Si può quindi affermare che il volume dell'acqua del recipiente 1 è uguale a 7 volte il volume dell'unità di misura scelta.

Gli studenti comprendono che diventa necessario utilizzare un secondo recipiente più piccolo (recipiente B), cioè, una seconda unità di misura nel caso in cui sia il recipiente 1 che il recipiente 2 abbiano volume 7 volte e un po' la prima unità di misura scelta. Potrebbe, ad esempio, accadere che il volume dell'acqua contenuta nel rec.1 (recipiente è abbreviato in rec.) è 7 volte il rec. A + 3 volte il rec. B, mentre quella del rec. 2 è 7 volte rec. A + 2 volte rec. B + un po'.

L'introduzione del recipiente più piccolo (rec. B) (di un'altra unità di misura di volume) ha permesso non solo di poter stabilire, anche nei casi ambigui, quale contenitore contiene più acqua, ma anche di stabilire quanta acqua c'è.

Alla fine di queste operazioni, è importante arrivare ad una conclusione condivisa e corretta su che cosa si è misurato. **Chiediamo agli alunni, con una risposta scritta individuale: "Che cosa abbiamo misurato con i recipienti A e B?".** Raccogliamo tutte le loro risposte e organizziamole in una tabella in modo opportuno. Realizziamo una fotocopia per ogni alunno da mettere nel quaderno e proiettiamola alla LIM per sviluppare una discussione collettiva per arrivare a concludere che si **è misurato sia il volume dell'acqua contenuta nei recipienti iniziali che il volume del loro spazio interno da essa occupato**.
Nel caso dei recipienti utilizzati come unità di misura vi è coincidenza tra il volume interno del recipiente ed il volume dell'acqua contenuta? Dipende evidentemente se sono stati riempiti completamente o fino ad un livello prefissato. Ciò non è, invece, in generale vero per i recipienti di cui si vuole misurare l'acqua contenuta, tranne quando sono completamente pieni.

5. Finora sono state introdotte unità di misura più piccole di quella iniziale, perché vi era la necessità di misurare in modo più preciso l'acqua che avanzava. Se si dovesse invece misurare l'acqua contenuta in recipienti più grandi dei recipienti 1 e 2, utilizzati finora, le unità di misura che abbiamo introdotto vanno bene o hanno degli inconvenienti? Se si dovesse, per esempio, misurare l'acqua contenuta in una damigiana o in una tanica?

Le unità di misura precedenti possono essere evidentemente utilizzate; hanno però l'inconveniente di essere troppo piccole: l'operazione di misura diventa troppo lunga e laboriosa, occorre versare troppe volte l'acqua. Gli studenti comprendono quindi facilmente che occorre introdurre anche delle unità di misura più grandi delle precedenti. Gli studenti diventano anche consapevoli, come già era avvenuto per le altre grandezze, che occorre disporre di tante unità di misura anche per il volume e che occorre scegliere quella più adatta allo scopo: deve avere un volume più piccolo del recipiente di cui si vuole misurare l'acqua contenuta (o il volume interno del recipiente stesso), ma non troppo piccolo; sono poi necessarie altre unità di misura più piccole per avere una misura più precisa. Gli studenti diventano. infine, consapevoli della necessità di unità di misura non soggettive, ma confrontabili, cioè, convenzionali.

6. Le unità di misura convenzionali

Come nel caso delle altre grandezze, anche per il volume, l'esigenza di disporre di unità di misura è stata avvertita da tempi immemorabili. Ogni comunità, città-stato o stato aveva stabilito le proprie unità di misura. Era stata, in particolare, sentita l'esigenza di misurare liquidi, quale acqua, vino, olio, ecc.; furono stabilite apposite unità di misura. In Italia è in uso da molto tempo, per misurare il volume dei liquidi, **il litro** con i suoi sottomultipli e multipli. Sono normalmente chiamate misure di **capacità.** Si può continuare ad usare il termine capacità, ma avendo consapevolezza che la **capacità non è altro che il volume interno di un recipiente**, e che quindi una misura di capacità è una misura del volume interno di un recipiente e contemporaneamente del volume del liquido contenuto.

Facciamo collocare su un banco bottiglie vuote di acqua minerale, vino, latte, birra, olio, aceto, succhi di frutta, siringhe, ecc. Facciamo scoprire e registrare i numeri che indicano il volume dei vari contenitori.

Ad esempio:

acqua minerale	150 cl	vino	75 cl
acqua minerale	92 cl	siringa	5 ml
succo di frutta	200 ml	siringa	2,5 ml
birra	33 cl	aceto	0,25 ml
olio	1 l	aceto	0,5 l
latte	1 l		

7. Se l sta per litro, ml e cl che cosa stanno ad indicare? Sulla base delle conoscenze già acquisite sui sottomultipli delle lunghezze e dei pesi (centi = centesima parte; milli = millesima parte) e sulla base del confronto percettivo, chiediamo ai bambini di indicare le relazioni che esistono tra ml, cl e litro.

I bambini arriveranno facilmente a comprendere che:

1 l = 1000 ml

1 l = 100 cl

1 cl = 10 ml

È stato definito anche il dl, ma viene poco usato.
Quali relazioni esistono tra dl e l, ml, cl? Chiediamolo ai bambini.

1 l = 10 dl

1 dl = 10 cl

1 dl = 100 ml

Chiediamo agli alunni di ordinarli dal più piccolo al più grande.

ml cl dl l

Quale relazione c'è tra un sottomultiplo e quello successivo?

Vanno di 10 in 10.

8. Chiediamo agli alunni di informarsi con il loro genitori della capacità di contenitori più grandi del litro e di farne un elenco.

Ad esempio:

fiasco	1,5 l
tanica	10 l
tanica	25 l
damigiana	50 l

Vi sono anche multipli del litro (decalitro, ettolitro, chilolitro); tuttavia nella vita quotidiana si incontrano raramente perché si preferisce usare sempre il litro (finché, come vedremo tra poco, non si passa al m^3).

Chiediamo ai bambini di ordinare anche i multipli del litro dal più piccolo al più grande e di indicare la relazione che sussiste tra loro.

l dal hl kl

10 10 10

100 100

1000

Il volume dei liquidi viene, generalmente, nella vita quotidiana misurato con il litro ed i suoi multipli o sottomultipli. Ma il modo più generale di misurare il volume dei corpi è quello che si basa sul sistema metrico decimale, che utilizza le seguenti unità di misura: cm^3, dm^3, m^3.

9. Chiediamo agli alunni con una verbalizzazione scritta individuale che cos'è il cm^3.

Pensiamo che sia opportuno procedere in questo modo, senza partire da esperienze con il cm^3**,** perché ipotizziamo che la maggioranza degli alunni sia in grado di dare una risposta adeguata sulla base delle consapevolezze già sviluppate in questo percorso e delle competenze acquisite durante tutti gli anni della primaria nei vari percorsi di geometria, e in particolare, con il percorso sull'area. Raccogliamo tutte le risposte degli alunni e organizziamole in una tabella in modo opportuno. Realizziamo una fotocopia per ogni alunno da mettere nel quaderno e proiettiamola alla LIM per sviluppare una discussione collettiva per arrivare a concludere che il **1 cm^3** indica **il volume di un cubo con il lato di 1 cm.**
Facciamo poi maneggiare ai bambini cubetti di 1 cm^3 e facciamogli misurare i lati.

Riportiamo un esempio delle risposte degli alunni di una quinta classe, raccolte da Federica Guidoni del primo I. C. di Grosseto, nell'anno scolastico 2018/2019.

CLASSE 5^
Il cm^3 è un'unità di misura e serve a misurare il volume, infatti viene chiamata "la misura di volume" per esempio si può misurare il volume di un contenitore pieno d'acqua con la misura di volume Il cm^3 è un'unità di misura convenzionale che consiste in un cubo con l'area dei lati di un cm^2. Quotidianamente usato per l'acqua della bolletta. Secondo me il cm^3 può essere una misura di capacità, perché l'acqua si può misurare anche in cm^3 e anche un'altra misura ma non so come si dice, però serve per misurare l'interno di un contenitore Secondo me il cm^3 è un'unità di misura che misura le cose in base ai cubi. Serve a misurare, per esempio, l'acqua usata da noi. Il cm^3 ha 3 dimensioni l'altezza, la larghezza, e lo spessore. È 100 volte più piccola del m^3 e serve a misurare lo spazio di tutto il posto non tanto grande. Il cm^3 è una misura che serve a misurare le cose con 3 dimensioni . Di sicuro solo cose piccole, perchè una misura piccola. Potrebbe servire a misurare per esempio… un cubo, perché con il cm^2si può misurare una faccia sola e magari il cm^3 può misurare più facce. Potrebbe misurare lo spessore, la larghezza e l'altezza Secondo me il cm^3 è un'unità di misura che serve a misurare il volume di un corpo. Il cm^3 rappresenta una figura solida, precisamente un cubo con l'area delle facce di un cm^2. Il cm^3 ha 3 come esponente perché ha

3 dimensioni.
Secondo me il cm^3 è un'unità di misura che ha 3 dimensioni: la lunghezza, la larghezza e lo spessore e serve a misurare uno spazio, per esempio una stanza.
Il cm^3 è un'unità di misura che serve per misurare una quantità di acqua che si contiene in una figura solida, ma non sono sicura. Forse però serve a misurare la capacità di una figura.
Il cm^3 è un'unità di misura con un 3 all'esponente, perché significa che la figura che misura ha 3 dimensioni, non è solo un'unità di misura per le figure, ma anche per misurare il volume dell'acqua detta anche misura di capacità.
Il cm^3 è un'unità di misura come il cm^2 e il cm ma invece di avere 1 o 2 dimensioni ne ha tre: l'altezza, la lunghezza e la larghezza
Secondo me il cm^3 è una dimensione cubica che serve per misurare le forme cubiche.
Secondo me il cm^3 è un'unità di misura che, insieme al dm^3 e al m^3, servono a misurare qualcosa. Non so con precisione cosa. Filippo per esempio ha detto che ci misurava l'acqua in cm^3. Quindi secondo me l'acqua si misura in cm^3 perché servono per misurare il volume con una figura solida.
Il cm^3 serve per misurare l'area e il perimetro (insieme) delle figure solide oppure la capacità o volume delle quantità d'acqua.
Il cm^3 è una misura che ha un grande volume di misura.
Secondo me il cm^3 è un'unità di misura che serve per misurare oggetti solidi tipo una casa che senza i mobili si misura la dimensione, però la casa si misura in m^3, anche in cm^3 però sono meglio i m^3..
Secondo me il cm^3 serve per misurare il volume dell'acqua, cioè sapere quanto misura. .
Il cm^3 è una misura di capacità che serve per misurare l'acqua e credo che nelle piscine si usi per misurare quanti cm^3 è l'acqua. Il cm^3 è una figura solida è un corpo e ha 3 come esponente e serve a misurare la dimensione.
Il cm^3 è una unità di misura del litro cioè aiuta il litro per esempio un recipiente pieno d'acqua può aiutarci a sapere la quantità. Il cm^3 serve per un po' di tutto tipo misura la superficie e allo stesso tempo il lato. Poi è una misura di capacità ed è una figura solida.

10. Chiediamo agli alunni che cos'è il dm^3. Non dovrebbe essere per loro difficile comprendere che è il volume di un cubo di lato 1 dm^3. Facciamoglielo costruire con del cartone. Chiediamo poi loro che relazione esiste tra il dm^3 ed il cm^3; Chiediamo di rispondere individualmente per iscritto alla seguente domanda: "Quanti cm^3 sono necessari per riempire un dm^3?"

È possibile che qualche alunno intuisca grazie al confronto percettivo e sulla base delle competenze già acquisite in relazione alle misure di lunghezza e di superficie che
1 dm^3 = 1000 cm^3. Riteniamo, tuttavia, fondamentale fare costruire agli alunni il dm^3 mediante l'accostamento e la sovrapposizione di 1000 cm^3.
La fondamentale relazione esistente tra cm^3 e dm^3 è necessario che venga costruita concretamente e non solo con il calcolo. Un'obiezione possibile a questa proposta è la mancanza di cubetti multibase sufficienti. Sappiamo perfettamente che le risorse per una scuola di qualità sono nella scuola primaria molto limitate, però pensiamo che sia innanzitutto un fatto di consapevolezza pedagogica: le risorse necessarie per materiali come questi, come bilance, becher, cilindri, ecc. sono limitate e pensiamo che debbano avere la precedenza rispetto ad altri materiali pur innovativi, quali gli strumenti multimediali.

11. Chiediamo agli alunni, sempre con una risposta scritta individuale, che cos'è il m^3.

Dovrebbe essere abbastanza facile per tutti gli alunni rispondere che il m^3 è il volume di un cubo di lato 1 m ed intuire che $1\ m^3 = 1000\ dm^3$.
Riteniamo, tuttavia, anche in questo caso di fondamentale importanza sia l'esperienza della costruzione del m^3 con del cartone o del legno, che la costruzione del m^3 mediante l'accostamento di 1000 dm^3. Almeno una volta nella vita è importante avere questa esperienza percettiva. Anche un insegnante, che è abituato a maneggiare queste problematiche in teoria, potrebbe scoprire che il m^3 è uno spazio molto più grande di quanto immaginava.
Siamo consapevoli che l'effettuazione di questa operazione è meno praticabile per la difficoltà di disporre di 1000 dm^3. Tuttavia, con qualche decina di dm^3 (acquistati o costruiti dagli studenti con del cartone), gli studenti possono effettuare l'operazione di disporli in vari modi dentro il m^3; possono così ricavare la relazione tra m^3 e dm^3 per estrapolazione dalla loro esperienza.
È questa un'astrazione più vicina alla loro consapevolezza percettiva: spostando, per esempio, 30 dm^3 alla base di un m^3, gli studenti possono comprendere facilmente che per completare la base ce ne vogliono altri settanta; spostando 30 dm^3 lungo una superficie laterale del m^3, si rendono facilmente conto che per riempire il m^3 ci vogliono 10 piani di 100 dm^3 ciascuno.

12. Chiediamo agli alunni di ordinare queste unità di misura dalla più piccola alla più grande, e di indicare le relazioni che esistono tra loro.

$$\begin{array}{ccccc} cm^3 & & dm^3 & & m^3 \\ & 1000 & & 1000 & \end{array}$$

$$1000 \cdot 1000 = 1.000.000$$
$$1\ m^3 = 1.000.000\ cm^3$$

È particolarmente semplice il passaggio dalle unità di misura del sistema metrico decimale a quelle connesse al litro, in quanto per definizione:

$$1\ l = 1\ dm^3$$

13. Collochiamo sul banco una bottiglia da 1 l ed un dm^3 vuoto. Chiediamo agli alunni di ipotizzare, con una risposta scritta individuale, quale relazione c'è tra il volume dei due contenitori.
Riempiamo poi di acqua la bottiglia e versiamone il contenuto nel dm^3.

Si era ricavato precedentemente che

$1\ m^3 = 1000\ dm^3$ $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$ $1\ l = 1000\ ml$

da cui si ricava che:

$$1\ cm^3 = 1\ ml$$
$$1\ m^3 = 1000\ l$$

Gli alunni avevano precedentemente osservato che spesso i contenitori più grandi del litro vengono contrassegnati generalmente in litri (per esempio una tanica da 25 l). Quando tuttavia le quantità sono più grandi, viene spesso utilizzato il m^3: per esempio l'acqua che viene utilizzata nelle abitazioni viene misurata in m^3.

14. Raccogliamo dati sul consumo di acqua

Un'attività importante sia per consolidare le conoscenze precedenti, sia dal punto di vista ecologico, potrebbe essere quella di **raccogliere dati sul consumo di acqua** nell'uso domestico, nell'arco di un determinato periodo, o di quanta acqua è necessaria per l'effettuazione di determinate operazioni, come lavarsi con la vasca o con la doccia, ecc. Potrebbe essere interessante anche calcolare il costo dell'acqua consumata: per metro cubo, per litro, per fare la doccia, ecc.

15. Facciamo stime del volume di oggetti e ambienti

Un'altra attività significativa è quella di **fare stime sul volume** di determinati oggetti ed ambienti, quali ad esempio, un armadio, l'aula scolastica, il corridoio, la scuola, ecc.

METTIAMO IN RELAZIONE PESO E VOLUME Il peso si conserva, il volume no

1. Alcuni liquidi, quali l'olio di oliva ed il vino, quando sono commerciati all'ingrosso, vengono venduti a peso e non a volume. Quali potrebbero essere i motivi? Chiediamolo agli studenti.

Un primo motivo potrebbe essere la maggiore affidabilità della bilancia rispetto a contenitori, quali taniche e damigiane (che spesso indicano un determinato volume, ad esempio, 50 l e ne contengono 49 o 51). Per una merce come l'olio di oliva che costa 10 – 20 euro al litro, non è una differenza trascurabile.
Un secondo motivo consiste nel fatto che, al variare della temperatura, mentre il peso dei corpi rimane costante, il volume aumenta.
Prendete due recipienti con il collo stretto (matraccio), riempiteli fino all'inizio del collo con due liquidi, quali acqua ed olio di oliva; pesateli ed indicate con un pennarello il livello del liquido.

2. Chiediamo agli alunni se, riscaldando i due liquidi, il loro peso ed il loro volume rimarranno inalterati o cambieranno.

Dopo aver fatto confrontare le ipotesi degli alunni, collochiamo i due matracci in un becher contenente acqua ed iniziamo a riscaldarlo fino quasi all'ebollizione dell'acqua.
Man mano che procede il riscaldamento gli alunni osservano l'aumento del livello dei due liquidi. Arrivata l'acqua del becher quasi all'ebollizione, segniamo con un pennarello i nuovi livelli dei liquidi, e velocemente, dopo averli asciugati, ripesiamo i due matracci.
Gli alunni potranno così constatare che mentre il peso è rimasto inalterato, il livello dei due liquidi è aumentato.

Nel caso del volume, il passaggio dal dato percettivo, l'aumento di livello, alla consapevolezza concettuale dell'aumento di volume dei liquidi, non è così ovvio. La classe, probabilmente, si dividerà in vari raggruppamenti: vi sarà chi associa immediatamente maggior livello e maggior volume, chi osserva il maggior livello e non ne trae nessuna conseguenza, chi inizia a fare ipotesi su aumento o diminuzione del volume del recipiente stesso.
Se, ipoteticamente, il volume del matraccio diminuisse non si potrebbe concludere che l'aumento di livello dei liquidi nei due matracci sia dovuto al loro aumento di volume. Se, viceversa, anche il volume dei matracci aumenta, ciò significa che il volume dei due liquidi aumenta di più al crescere della temperatura.
È necessario, quindi, osservare che cosa succede a corpi solidi quando vengono riscaldati. Poiché le variazioni di volume sono molto piccole occorre effettuare degli esperimenti ad hoc.
Occorre disporre, ad esempio, di una sfera metallica di volume tale che sia in grado di attraversare appena un anello (**anello di Gravesande**). Pesiamola. Riscaldiamo poi la sfera, collocandola in un becher contente acqua all'ebollizione. Preleviamo, infine, la sfera con delle pinze e collochiamola sopra l'anello. La sfera non è più in grado di attraversare l'anello, fin quando non si è raffreddata.

3. Chiediamo ai bambini sempre con una risposta scritta individuale di spiegarne il motivo.

Non dovrebbe essere difficile comprendere che all'aumentare della temperatura è aumentato il volume della sfera, ma è comunque necessario, come sempre, confrontare le varie ipotesi.
Riscaldiamo di nuovo la sfera e con delle pinze collochiamola sopra una bilancia. È possibile, così, constatare che il peso è rimasto inalterato.
Anche gli altri corpi solidi si comportano come le sferette metalliche, ed anche gli altri liquidi come l'acqua e l'olio. Ciò che cambia, da materiale a materiale, è l'entità della variazione di volume. **All'aumentare della temperatura, mentre il peso rimane inalterato, il volume aumenta. Questo fenomeno prende il nome di dilatazione.**
Ritornando, infine, ai matracci contenenti acqua e olio, nonostante che anche i matracci si dilatino, il livello dei liquidi sale: ciò significa che i liquidi si dilatano di più dei solidi.

I corpi più grandi sono più pesanti?

4. Collochiamo su un banco 4-5 oggetti (biglie, viti, ecc.) dello stesso materiale e di volume leggermente diverso tra l'uno e l'altro. Chiediamo agli alunni di effettuare una seriazione sia in relazione al peso che al volume.

Per quanto riguarda il peso, gli alunni inizieranno a soppesarli, faranno delle ipotesi e nei casi ambigui decideranno di utilizzare la bilancia.

Anche per quanto riguarda il volume, gli alunni saranno in grado su base percettiva di stabilire alcuni ordinamenti, ma in altri casi saranno indecisi. Decideranno che è necessario misurare il volume di alcuni oggetti.

Chiedete loro con una ipotesi scritta individuale: "come si può misurare il volume di oggetti, quali biglie, viti?"

Se gli alunni non indicano nessuna proposta adeguata, sottoponete alla loro attenzione un cilindro graduato con un diametro piccolo ma sufficiente per l'introduzione dell'oggetto (quanto più grande è il diametro, tanto maggiore è l'errore di lettura) e chiedete loro se può essere adatto allo scopo.

Se gli alunni non prospettano ancora nessuna soluzione, riempitelo per metà di acqua e chiedete di nuovo se può essere utilizzato.

Se di nuovo gli alunni non ipotizzano la soluzione, dopo aver segnato con un pennarello il livello di acqua, immergete l'oggetto nel cilindro e chiedete loro di spiegare ciò che è successo.

Probabilmente, a questo punto, la maggior parte di loro individuerà subito che l'innalzamento dell'acqua corrisponde al volume del solido; non va considerata, tuttavia, così ovvia e generale questa consapevolezza.

Anche in relazione a questo procedimento, Piaget ha messo in evidenza che fino ad una certa età (mediamente 7-8 anni) i bambini non solo non sono in grado di prevedere ciò che succederà, ma addirittura, dopo aver osservato l'esperimento, non colgono la relazione esistente tra il volume del solido e l'aumento del volume dell'acqua; sono, invece colpiti da altri aspetti, spiegano, per esempio, l'innalzamento dell'acqua con la forza (la violenza, la spinta) esercitata dal sasso nel cadere nell'acqua.

Questo procedimento permette di calcolare in modo semplice il volume di oggetti solidi (a condizione che non assorbano acqua o non si sciolgano), facendo riferimento alla misura del volume dei liquidi.

Verranno ricavati per lo stesso oggetto valori abbastanza diversi. Una imprecisione nella lettura c'è sempre, ma probabilmente alcuni alunni avranno effettuato un errore macroscopico proprio nella modalità di lettura. Dalla discussione essi comprenderanno che è necessaria molta precisione nella effettuazione della lettura del livello dell'acqua: occorre, infatti, cercare di avere gli occhi il più possibile sempre nella stessa posizione rispetto al livello dell'acqua, perché altrimenti si compiono **errori significativi di lettura**.

Calcolando con questo procedimento il volume degli oggetti, gli alunni completeranno la seriazione degli oggetti in relazione al volume e constateranno che coincide con la seriazione in relazione al peso.
Ripetete, infine, l'attività precedente con una sola differenza: utilizzate, cioè, oggetti costituiti di materiali diversi. I bambini constateranno così alla fine dell'attività che la seriazione in relazione al volume non coincide, in generale, con quella in relazione al peso.

La conservazione della sostanza, del peso, del volume

Qui di seguito usiamo il termine sostanza nell'accezione piagetiana.

5. Prendiamo due palle di plastilina dello stesso peso. Facciamole osservare agli alunni dopo aver affermato che sono uguali.
Se gli alunni non fanno domande, chiediamo loro in che cosa sono uguali.

Risponderanno, probabilmente, che sono costituiti dello stesso materiale e che hanno la stessa grandezza e la stessa forma. Forse alcuni bambini vorranno controllare il peso ed il volume: concluderanno, quindi, che sono uguali nel senso che hanno anche lo stesso peso e lo stesso volume.

6. Schiacciamo una delle due palle, facendole assumere la forma di una frittata. Chiediamo ai bambini se la palla e la frittata sono ancora uguali, o meglio che cosa è cambiato e che cosa è rimasto uguale.

Date la possibilità ai bambini di osservarle, di tenerle in mano, e di effettuare le operazioni che ritengono necessarie.
Costituisce questo uno dei più noti esperimenti piagetiani sulla conservazione. Dalle ricerche di Piaget si ricava che prima dei 7-8 anni molti bambini sono dominati dal dato percettivo della variazione di forma, e che, quindi, pensano che la palla ridotta a frittata non conservi nulla.
Successivamente, i bambini inizierebbero a distinguere ciò che cambia (la forma) e ciò che si conserva (la sostanza, il peso ed il volume). Tuttavia, secondo Piaget, esisterebbe una sfasatura (decalage) di circa 5 anni fra l'acquisizione della prima conservazione e dell'ultima.
Intorno a 7-8 anni, i bambini arriverebbero alla conservazione della sostanza: la frittata è diversa come forma dalla palla, ma la plastilina è sempre la stessa; non è stata tolta ne aggiunta. La sostanza si è conservata, ma non il peso né il volume.
L'acquisizione della conservazione del peso avverrebbe verso i 9-10 anni, del volume verso i 12-13. Come mai esisterebbero questi decalage?
Per quanto riguarda il peso, perché, percettivamente, la frittata sembra più leggera della palla. Quando si tengono in mano l'una e l'altra, le sensazioni che si hanno dipendono non solo dal peso ma anche dal piano di appoggio. Le sensazioni sono, cioè, legate alla pressione che è maggiore nel caso della palla.

Per quanto riguarda il volume il discorso è ancora più complesso: quando si riduce una palla di plastilina a forma di frittata, come si fa a capire che non si verificano dilatazioni o restringimenti. A seconda della forma ottenuta, la percezione potrebbe, invece, dare l'una sensazione o l'altra.
La classe si dividerà in vari raggruppamenti: fra chi riterrà che nulla si conservi e chi riterrà che tutto si conservi (tranne la forma). Probabilmente, in conseguenza delle consapevolezze acquisite sul peso e sul volume, la maggior parte dei bambini propenderà per la conservazione completa, essendo anche in grado di indicare le operazioni necessarie per verificarla (l'utilizzo della bilancia per il peso e dei recipienti graduati per il volume).