

CALCOLO MENTALE

CL. 2 SCUOLA PRIMARIA

CIDI MATEMATICA

ROSSANA NENCINI marzo 2026

IL CALCOLO A MENTE

Testi di riferimento:

Intelligenza matematica – Brian Butterworth – Rizzoli

L'intelligenza numerica, secondo volume 6-8, D. Lucangeli,
S.Poli, A.Molin, Erickson

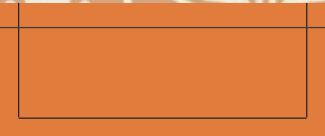
L'intelligenza numerica, terzo volume 8-11, D. Lucangeli,
S.Poli, A.Molin, Erickson

«Il calcolo a mente e le stime sono considerate dalla ricerca contemporanea le COMPETENZE FONDAMENTALI dell'evoluzione della cognizione numerica..... Entrambe le abilità condividono strategie di manipolazione della numerosità e sfruttano tutti i meccanismi dell'intelligenza numerica e del ragionamento in essi implicato. Tuttavia tali competenze fondamentali nella costruzione delle abilità di calcolo devono essere sorrette anche da meccanismi di automatizzazione (acquisizione fatti numerici, tabelline) e da apprendimenti (valore posizionale delle cifre.....)»

Sviluppare l'intelligenza numerica 2 – D. Lucangeli, S. Poli, A. Molin - Erickson

«Le principali strategie del calcolo a mente identificate dalla letteratura scientifica sono:

- **Counting all e counting on:** : il contare da un certo numero in poi è un passaggio di qualità rilevante nell'uso delle strategie in quanto indica la capacità del bambino di operare con i numeri, l'inizio della costruzione del sistema di calcolo;
- **Raggruppamento** (più unità alla volta): è la strategia che aiuta i bambini a trovare punti di riferimento per calcolare in modo facile, un esempio è il 5 che semplifica il calcolo;
- **Arrotondamento alla decina:** rappresenta una forma evoluta delle strategie di raggruppamento, es $18+17 \rightarrow 18+2+15$
- **Composizione e scomposizione del numero:** sono le strategie più flessibili nell'uso. Il numero viene scomposto nel modo migliore per facilitare il calcolo utilizzando contemporaneamente le strategie di arrotondamento alla decina e/o altri tipi di raggruppamenti più funzionali al calcolo: $43+15 \rightarrow (43+5) + 10$
- **Recupero dei fatti aritmetici:** strategia veloce ed economica, chiaro indice dell'automatizzazione del calcolo».



CLASSE SECONDA

Proposta tratta da:

D. Lucangeli C. De Candia e Silvana Poli, *Intelligenza numerica*, Trento 2003
Erickson

Terzo Volume 8-11

L'obiettivo di questa bozza di lavoro è quello di individuare un iter graduale e progressivo per consentire **a tutti gli alunni** di muoversi nel calcolo mentale con riflessione e adeguata destrezza.

Intelligenza Numerica, Brian Butterworth, Rizzoli

«Applicare una procedura imparata a memoria, anche quando è efficace e permette un certo grado di controllo è meno divertente dell'inventare una procedura da se'.....ci sono anche gratificazioni interiori ben più importanti: « Padronanza, affidabilità, trasformazione,intuito.»

pag. 305, 306

«Divertirsi con l'aritmetica e con la matematica in generale significa intuire i rapporti fra dati diversi, diverse procedure, diversi modi di pensare... Questa capacità di stabilire connessioni...è assolutamente fondamentale per il modo di funzionare persino della semplice matematica dei numeri interi, la matematica delle numerosità». Pag.309

«E' vitale capire la complementarità delle procedure: aggiungere 3 a 5 per ottenere 8 è un'operazione complementare a quella di togliere 5 da 8 per ottenere 3..... Moltiplicare 8 per 3 è come addizionare 8 a 8 a 8. Moltiplicare 25 per 39 è come fare $(25 \times 40) - (25 \times 1)$. La connessione di dati e procedure è quel che distingue la matematica.....» pag 309

«Affinché gli studenti capiscano le connessioni tra diversi metodi e concetti e siano capaci di applicarli alle nuove situazioni, le loro idee e le loro tecniche devono essere riconosciute.....»pag. 310

«Può non essere necessario essere capaci di ricordare all'istante che 8 per 7 fa 56. Puoi sempre trovare la risposta nelle tavole, puoi usare una calcolatrice.....o meglio di tutto **cercare di trovarlo da te**. Di per sé sapere questo dato non contribuisce alla comprensione... E' molto più importante capire che 8×7 equivale a $(4 + 4) \times 7$ o a $(2+2+2+2) \times 7$ o a $(5 + 3) \times 7$. Se siete in grado di capire questo allora capirete il principio della composizione additiva (i numeri sono composti da altri numeri) e la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Pag. 325

Il valore dell'esercizio riflessivo.....

«L'esercizio ha sicuramente un grande valore purchè sia..... un **esercizio riflessivo** (ossia attento, ponderato e in genere solitario...)»

Quindi un esercizio attentamente studiato dall'insegnante che stimola l'alunno a riflettere individualmente, per poi confrontarsi con i coetanei, sistematico, misurato ossia ben valutato anche nella quantità, non eccessivo.....richiamato anche a distanza di tempo.

Non si può lavorare sul calcolo mentale in modo occasionale.
E' necessario individuare uno spazio orario settimanale da dedicare a questo settore della matematica.

Potrebbe essere 1h settimanale

1h settimanale corrisponderebbe a circa 33 h annue di lavoro sistematico

Occorre permettere ai bambini di seguire al meglio tutto lo sviluppo del percorso sul calcolo mentale e consentire loro di poter tornare a riflettere su strategie e proprietà costruite.

Questo è il motivo per cui consigliamo l'uso di un quaderno specifico (può essere quello utilizzato per lo studio degli algoritmi operativi delle operazioni) dove sia possibile per gli alunni ritrovare agilmente le fasi fondamentali del percorso sul calcolo mentale magari contrassegnate.

Man mano che si costruiscono nuove conoscenze è necessario che l'insegnante le raccolga in documenti di sintesi da inserire nel quaderno individuale.

LE ADDIZIONI
Le coppie del 10: riferimento fondamentale

A PARTIRE DA SETTEMBRE

Già all'inizio della classe seconda, dopo tutte le attività svolte in prima classe, le coppie del 10 dovrebbero essere state memorizzate da **tutti** gli alunni.

Se così non fosse è necessario richiamarle con esercizi settimanali anche per spazi di tempo molto brevi (15/20 minuti).

I primi 3 esercizi che seguono sono alla base di tutta la proposta contenuta in questo segmento di lavoro (in bozza).

È necessario arrivare all'automatismo da parte di tutti

Tre esercizi semplici, ma fondamentali

1 esercizio

Risolvi le seguenti addizioni e colora dello stesso colore le coppie composte da numeri uguali.

$5 + 5 =$		$6 + 4 =$		$7 + 3 =$	
$1 + 9 =$		$2 + 8 =$		$9 + 1 =$	
$4 + 6 =$		$3 + 7 =$		$8 + 2 =$	

Osserva attentamente.....

$5 + 5 =$	10	$6 + 4 =$	10	$7 + 3 =$	10
$1 + 9 =$	10	$2 + 8 =$	10	$9 + 1 =$	10
$4 + 6 =$	10	$3 + 7 =$	10	$8 + 2 =$	10

Che cosa hanno in comune tutte queste addizioni?

.....

.....

**Ti consigliamo di impararle a memoria, ti renderà
più semplice e veloce svolgere molti calcoli a
mente!!!**

Dopo la correzione
proporre un
momento di
riflessione
individuale sul
lavoro svolto
attraverso una
scheda
predisposta

La memorizzazione, quando?

Dopo il lungo lavoro dedicato alla costruzione delle coppie del 10 in classe prima, a quegli alunni in cui permangono difficoltà nel richiamare velocemente alla memoria questi fatti numerici, può essere utile proporre la memorizzazione.

E consolidare.....**QUANTO MANCA PER ARRIVARE A 10?**

Attraverso quesiti che richiamano l'immagine dell'abaco orizzontale:

Se hai 7 pallini quanti ne mancano per arrivare a 10?

Se hai 4 pallini quanti ne mancano per arrivare a 10?

.....

2esercizio

E poi con semplici esercizi strutturati:

$9 + \dots = 10$	$4 + \dots = 10$	$8 + \dots = 10$
$6 + \dots = 10$	$1 + \dots = 10$	$0 + \dots = 10$
$3 + \dots = 10$	$2 + \dots = 10$	$7 + \dots = 10$

3 esercizio.....

Completa **il più velocemente possibile e senza contare** le seguenti addizioni:

$3 + 7 = 10$	$2 + \dots\dots\dots = 10$
$5 + \dots\dots\dots = 10$	$\dots\dots\dots + 9 = 10$
$\dots\dots\dots + 8 = 10$	$7 + \dots\dots\dots = 10$
$1 + 9 = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots + 6 = 10$
$\dots\dots\dots + 4 = 10$	$\dots\dots\dots + 5 = 10$

L'importanza delle richieste.....

Completa **il più velocemente possibile e senza contare** le seguenti addizioni, come nell'esempio

A questo punto del percorso, è utile indicare nella richiesta la modalità con cui è necessario eseguire l'esercizio:

- **IL PIÙ VELOCEMENTE POSSIBILE**
- **SENZA CONTARE**

Queste 2 indicazioni, infatti, esplicitano, «comunicano» ai bambini l'obiettivo da raggiungere per rendere il recupero delle coppie del 10 più veloce e meno oneroso.

**Completa il più velocemente possibile e
senza contare** le seguenti uguaglianze, come
nell'esempio

$$1 + 9 = \underline{\quad\quad} + 1$$

$$5 + 5 = 4 + \underline{\quad\quad}$$

$$6 + 4 = 2 + \underline{\quad\quad}$$

$$\underline{\quad\quad} + 3 = 5 + 5$$

$$8 + 2 = \underline{\quad\quad} + 8$$

$$0 + 10 = 3 + \underline{\quad\quad}$$

$$1 + 9 = \underline{\quad\quad} + 2$$

$$5 + \underline{\quad\quad} = 4 + 6$$

$$\underline{\quad\quad} + 4 = 2 + 7$$

$$6 + 3 = 5 + \underline{\quad\quad}$$

$$3 + \underline{\quad\quad} = 10 + 0$$

$$8 + \underline{\quad\quad} = 2 + 8$$

Anche le precedenti, ovviamente, erano uguaglianze, queste sono uguaglianze che mettono in particolare evidenza la relazione fra le coppie del 10

Stimolare **l'uso delle coppie del 10** e permettere ai bambini di riflettere sulla loro utilità per facilitare i calcoli

RISOLVI LE SEGUENTI ADDIZIONI

3 +
7 +
8 +
2 +
4 +
6 =
.....

5 +
9 +
5 +
3 +
7 +
1 =
.....

Dopo l'esecuzione individuale porre i seguenti quesiti :

1) IN CHE ORDINE HAI SOMMATO GLI ADDENDI?

.....

2) SECONDO TE È PIÙ VELOCE MANTENERE L'ORDINE DALL'ALTO VERSO IL BASSO O RAGGRUPPARE LE COPPIE CHE COME RISULTATO DANNO 10?

.....

La discussione delle risposte alle 2 domande porterà i bambini a concludere che per velocizzare il calcolo è utile mettere assieme gli addendi che per somma danno 10.

Si tratta di una SCOPERTA di fondamentale importanza che è necessario FISSARE e riportare IN GRANDE nel quaderno individuale per valorizzarla e offrire l'opportunità di tornare a riflettere su di essa quando necessario

**NELL'ADDIZIONE SPESSO È UTILE
RAGGRUPPARE DEGLI ADDENDI COSÌ IL
CALCOLO DIVENTA PIÙ VELOCE.**

Riteniamo che sia opportuno anche esplicitare quale proprietà dell'addizione stiamo applicando, indicandone il nome, semplicemente così:

NELL'ADDIZIONE SPESSO È UTILE RAGGRUPPARE DEGLI ADDENDI COSÌ IL CALCOLO DIVENTA PIÙ VELOCE.

QUESTA È LA PROPRIETÀ ASSOCIATIVA DELL'ADDIZIONE

Ciò è molto diverso dall'imparare a memoria le proprietà delle operazioni senza avere minimamente idea dell'enorme valore del loro utilizzo nel calcolo.

In questo caso, prima, se ne sperimenta ampiamente il valore nel calcolo, poi si enuncia la proprietà e il suo nome.

E' importante fare in modo che i bambini comprendano che nella sottrazione non sono applicabili né la proprietà commutativa, né la proprietà associativa.

E' necessario dare loro l'opportunità di cogliere questa differenza fra le due operazioni.

Da valutare se nel corso della classe seconda o terza.

Proporre nuove addizioni da eseguire della stessa tipologia delle precedenti per applicare quanto appena compreso e acquisire abilità nell' utilizzo.

4 +	3 +	1 +
0 +	2 +	0 +
8 +	1 +	5 +
0 +	7 +	3 +
2 +	9 +	9 +
6 =	8 =	0 =
.....		

Qualsiasi conquista va esercitata per poter essere consolidata cioè per essere trasformata da un'elaborazione lenta, cosciente, che richiede uno sforzo ad una veloce, inconscia automatica. Finché un apprendimento non è automatizzato assorbe tutte le preziose risorse dell'attenzione esecutiva e impedisce al bambino di concentrarsi su qualsiasi altra cosa.

RAGGRUPPAMENTO A 5 e a 10

Ora risolvi le seguenti addizioni mettendo tra parentesi gli addendi che ti conviene raggruppare:

Un esempio
:

$$5 + 4 + 1 = 5 + (4 + 1) =$$

$$5 + 5 = 10$$

$5 + 4 + 1 =$	$3 + 9 + 1 =$
$10 + 3 + 2 =$	$3 + 4 + 2 =$
$1 + 4 + 8 =$	$6 + 2 + 2 =$
$12 + 3 + 4 =$	$2 + 7 + 1 =$
$7 + 8 + 2 =$	$8 + 2 + 3 =$

Esempio che inserisce 2 varianti interessanti rispetto al precedente esercizio:

- raggruppamento a 5
- forma grafica.

L'utilità di considerare anche il raggruppamento a 5 oltre che quello a 10 è ovvia.

Importante anche il suggerimento di una forma grafica, chiara e pulita che può stimolare i bambini ad organizzare il proprio lavoro con modalità formalmente corrette e ben disposte nella pagina del quaderno.

Naturalmente i bambini nell'operazione $5 + 4 + 1$ potrebbero lavorare anche così:

$$5 + 4 + 1 = (5+1) + 4 = 6 + 4 = 10$$

Si accolgono tutte le ipotesi per poi discuterle, valutarne le caratteristiche e l'efficacia

TOGLIERE DA 10

Contrariamente a quanto indicato nella prima stesura credo che a questo punto del percorso sia importante che i bambini si confrontino con proposte che prevedano il togliere da 10 sempre facendo-riferimento alle coppie del 10. Si possono proporre semplici esercizi come il seguente

$10 - 5 =$

$10 - 1 =$

$10 - 2 =$

$10 - 4 =$

$10 - 9 =$

$10 - 8 =$

$10 - 6 =$

$10 - 7 =$

$10 - 2 =$

$10 - 4 =$

$10 - 9 =$

$10 - 0 =$

Facendo notare che per ogni coppia del
10 si possono individuare due
operazioni inverse (al contrario)

$$4 + 6 = 10 \blacktriangleright 10 - 6 = \dots\dots$$
$$10 - 4 = \dots\dots$$

$$7 + 3 = 10 \blacktriangleright 10 - 3 = \dots\dots$$
$$10 - 7 = \dots\dots$$

Nelle abilità di calcolo mentale le differenze individuali dei bambini possono essere notevoli

Di fronte alle difficoltà di singoli o di gruppi è opportuno accogliere/proporre l'uso delle mani o degli artefatti che i singoli bambini preferiscono.

Questi esercizi sulla sottrazione e non solo, possono essere semplificati con l'utilizzo dell'abaco orizzontale la cui immagine, può essere riportata anche sulla scheda che propone l'esercizio.

Ed è opportuno anche lavorare su **quanto bisogna togliere per arrivare a 10** iniziando così ad esplorare, anche nel calcolo mentale, l'ambito numerico oltre il 10 creando i prerequisiti per l'arrotondamento alla decina successiva

Quanto devi togliere da 12 per arrivare a 10?

Quanto devi togliere da 18 per arrivare a 10?

Completa:

12 -	= 10
18 -	= 10
16 -	= 10
.....	

Dopo il significativo lavoro svolto fin qui sul valore posizionale delle cifre ci aspettiamo che la maggior parte dei bambini faccia riferimento alla composizione dei numeri in decine ed unità e tolga velocemente 2 e 8. Occorre tuttavia all'inizio della classe seconda verificare ed esplicitare le strategie seguite....Per poi proporre eventualmente altro esercizio simile.....

Per arrivare alla decina successiva....

Sappiamo che da 7 per arrivare a 10 bisogna aggiungere 3

Secondo te da 17 per arrivare a 20 quanto si deve aggiungere?

Completa: $17 + \dots = 20$ Come hai lavorato? Scrivi .

Raccogliere le idee dei bambini per poi invitarli ad eseguire semplici esercizi

$18 + \dots = 20$	$11 + \dots = 20$	$14 + \dots = 20$
$15 + \dots = 20$	$16 + \dots = 20$	$12 + \dots = 20$
$19 + \dots = 20$	$10 + \dots = 20$	$13 + \dots = 20$

Francesca dice che $7+2$ è facile, ma $37 + 2$ non lo sa fare.....Che cose le consiglieresti per le seguenti operazioni.....

$3 + 3 =$	$16 + 2 =$
$23 + 3 =$	$4 + 5 =$
$5 + 4 =$	$54 + 5 =$
$35 + 4 =$	$2 + 5 =$
$6 + 2 =$	$42 + 5 =$

Arrotondare alla decina.....lavoriamo con l'addizione

1° es.

$7 + 3 = \dots\dots\dots$	$8 + 2 = \dots\dots\dots$
$17 + 3 = \dots\dots\dots$	$18 + 2 = \dots\dots\dots$
$27 + 3 = \dots\dots\dots$	$28 + 2 = \dots\dots\dots$
$37 + 3 = \dots\dots\dots$	$38 + 2 = \dots\dots\dots$

I bambini
lavorano
individualmente,
si procede alla
correzione e si
chiede:

2° es.

$2 + 8 = \dots\dots\dots$	$1 + 9 = \dots\dots\dots$
$12 + 8 = \dots\dots\dots$	$11 + 9 = \dots\dots\dots$
$22 + 8 = \dots\dots\dots$	$21 + 9 = \dots\dots\dots$
$32 + 8 = \dots\dots\dots$	$31 + 9 = \dots\dots\dots$

*Come mai in
ogni risultato, la
cifra delle unità
è sempre zero?*

Lavoriamo con la sottrazione

2

1

$10 - 5 =$	$10 - 4 =$
$20 - 5 =$	$20 - 4 =$
$30 - 5 =$	$30 - 4 =$
$40 - 5 =$	$40 - 4 =$

$10 - 1 =$	$10 - 6 =$
$20 - 1 =$	$20 - 6 =$
$30 - 1 =$	$30 - 6 =$
$40 - 1 =$	$40 - 6 =$

Dopo l'esecuzione
e la correzione del
primo es.:
COSA NOTI? Scrivi

Come mai in ogni
risultato la cifra delle
unità è sempre
uguale?

3

$10 - 9 =$	$10 - 3 =$
$20 - 9 =$	$20 - 3 =$
$30 - 9 =$	$30 - 3 =$
$40 - 9 =$	$40 - 3 =$

La scomposizione

A PARTIRE DA GENNAIO/FEBBRAIO

Per introdurre la scomposizione come strategia di calcolo veloce si può proporre ai bambini di eseguire $8 + 7$ esplicitando per scritto le strategie seguite. È molto probabile che qualche bambino scomponga in modo opportuno l'8 oppure il 7.

Se così non fosse si può porre il quesito che segue.

Elena ci ha spiegato che per lei, spesso, è più facile calcolare il risultato quando scompone gli addendi. Vediamo come fa:

In **8 + 5** per lei è più facile scomporre l'8

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \mathbf{3 + 5} \end{array}$$

E poi fare **5 + 5 + 3**

.....

In **12 + 7** per lei è più facile scomporre **12**

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \mathbf{10 + 2} \end{array}$$

E poi fare **10 + 7 + 2**

**PENSO CON I
NUMERI**
Costruzione del
senso del
numero nel primo
quadrimestre
della classe
seconda

Marta Ciappelli
Anna Maria Dallai

classe seconda
primaria
a.s. 2022-23

GINO FREQUENTA LA 2^E NELLA SCUOLA DI BOSCO FELICE E
STAMANI MATTINA È IN DIFFICOLTÀ CON UN CALCOLO...



NON MI RICORDO LE
STRATEGIE PER CALCOLARE...

$$8 + 7 = \square$$

SUGGERISCI A GINO UNA STRATEGIA PER RISOLVERE QUESTO
CALCOLO.
SCRIVI E DISEGNA.

"Per calcolare otto e sette può calcolare $5 + 5$ perchè 7 e 8 sono numeri maggiori di 5 e allora può calcolare $5 + 5 + 5 + 3 + 2$ e anche $2 + 3$ fa 5. Gino puoi usare le cannucce o le matite. Puoi fare anche con le manine: fai 5 e 5 che fa 10 e poi ancora 5"

Akash

Marta

"Per calcolare ho fatto $7 + 7 = 14$ poi per 8 ho aggiunto uno e faceva 15"

Cesare

"Per fare $8 + 7$:

*a 7 per arrivare gli serve un pezzo dell'8 sicchè
gli do 3 e diventa 10, la parte dell'8 è diventata
5 e $10 + 5 = 15$ e ho capito che fa 15"*

Laura

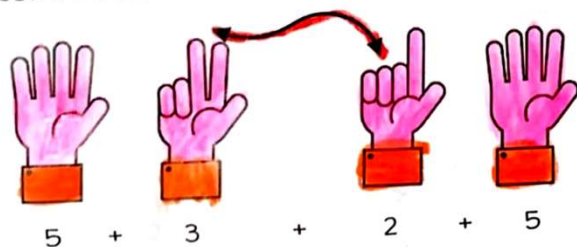
*"Ho calcolato nella testa e avevo
pensato a 13 ma invece sono 15 perchè
8 di posto ne ha solo 2 e arrivo a 15
perchè è un calcolo facile al 7 togli 2,
quei 2 li metti con l'otto e arrivi a 10 poi
metti i 5 che ti sono rimasti e sei subito a
15, quindi è facile anzi facilissimo Gino"*

ABBIAMO LETTO LE NOSTRE STRATEGIE PER AIUTARE GINO A CALCOLARE $8 + 7$



ORA ARRICCHIAMO IL NOSTRO LAVORO E SCRIVIAMO LE STRATEGIE TROVATE

• HO CONTATO CON LE MANI

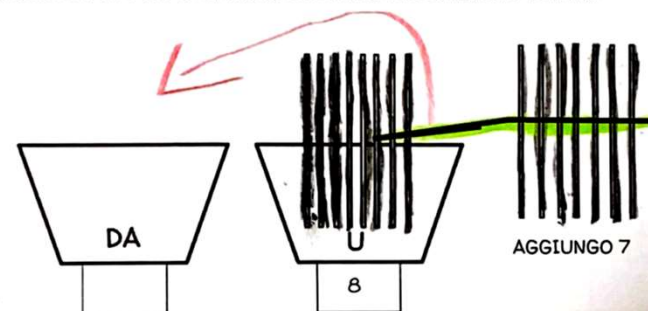


AGGIUNGI IL 3 DELL'8 NEL 7 E ARRIVI A 10 POI AGGIUNGI 5 E ARRIVI A 15.

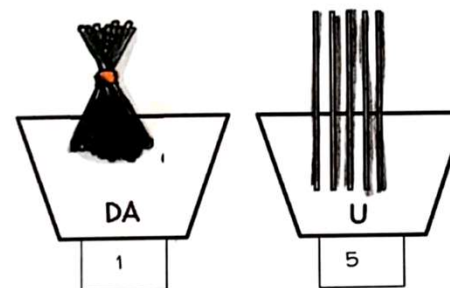
• METTO IN TASCA L'8 E VADO AVANTI DI 7



• USO LE CANNUCCE METTO 8 CANNUCCE NEL BICCHIERE DELLE UNITÀ:



15 CANNUCCE NEL BICCHIERE DELL'UNITÀ NON CI POSSONO STARE. PRENDI 3 CANNUCCE DALL'8 LE UNISCI ALLE 7 CANNUCCE E FAI UN FASCETTO



Abilissimi questi bambini utilizzano vari tipi di strategie, tutte interessanti:

- Uso delle mani
- Abaco a bicchieri
- Contare oltre con +1
- Scomposizione
- Recupero di fatti numerici noti.

Non tutte ugualmente efficaci ed economiche.

L'esercizio mirato all'utilizzo delle strategie più raffinate ed economiche risulta essere fondamentale.

Le difficoltà didattiche legate alla necessità di rispondere in modo significativo ai diversi bisogni degli alunni sono evidenti.

- FAI $7 + 7 = 14$ POI AGGIUNGI 1 PERCHÈ $8 = 7 + 1$

ALLORA

$$7 + 7 + 1 = 15$$

- PUOI SPEZZARE 8 IN 5 E 3, POI SPEZZI IL 7 IN 5 E 2

$$\begin{array}{c} 8 \\ \swarrow \searrow \\ 5 + 3 \end{array} + \begin{array}{c} 7 \\ \swarrow \searrow \\ 5 + 2 \end{array}$$

$$\text{ORA HAI } 5 + 5 + 3 + 2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 10 & + & 5 = 15 \end{array}$$

- A 8 AGGIUNGO 2 CHE TOLGO DA 7 E ARRIVO A 10 ($8 + 2 = 10$) MA RIMANE 5 E FA 15

$$\begin{array}{c} 8 + 7 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 8 + 2 + 5 = 15 \end{array}$$

- AL 7 PER ARRIVARE A 10 SERVE UN "PEZZO" DELL'8, GLI DO 3 COSÌ
 $7 + 3 = 10$, ADESSO LA PARTE DELL'8 È DIVENTATA 5

ALLORA

$$10 + 5 = 15$$

$$\begin{array}{c} 7 + 8 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 7 + 3 + 5 = 15 \end{array}$$

Prova a risolvere le seguenti addizioni usando la scomposizione come nell'esempio:

$$15 + 6 = \blacktriangleright 15 + 5 + 1$$

$$7 + 12 = \blacktriangleright$$

$$15 + 6 = \blacktriangleright$$

$$11 + 5 = \blacktriangleright$$

$$28 + 4 = \blacktriangleright$$

$$34 + 7 = \blacktriangleright$$

$$19 + 3 = \blacktriangleright$$

.....

TAPPA AL 5

Carlotta dice che per calcolare **23 + 4** e scompone i numeri in modo da arrivare a **5** perché fa meno fatica ed è più veloce.....

Ad esempio in **23 + 4** scompone il **4** $\rightarrow 2 + 2$
e fa tappa al **5** $\rightarrow 23 + 2 \rightarrow 25 + 2 \rightarrow 27$

Tu come risolveresti questo calcolo?

$$23 + 4 = \dots\dots\dots$$

Tappa alla decina successiva.....

E per calcolare $36 + 6 =$ come faresti?

I bambini sono liberi di sperimentare varie strategie

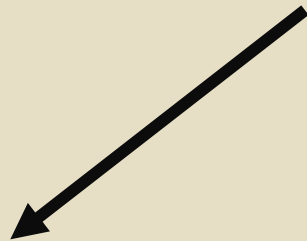
$$36 + 6 = 36 + 4 + 2 = 42$$

$$36 + 6 = 30 + 6 + 6 = 30 + 12 = 42$$

.....

La discussione delle strategie messe in atto per approfondirle e valutarne l'efficacia che può essere anche molto soggettiva.

Quanto evidenziato nella precedente slide rappresenta una delle strategie di calcolo più utili, ma anche più complesse.
Prerequisiti fondamentali per l'approccio a questa strategia



**Buona memorizzazione
di tutte le coppie dei
numeri entro il 10**



**Abilità nel completamento
delle decine successive al
10, processo basilare per le
possibilità di composizione
e scomposizione dei numeri**

Tappa al 5, al 10 e alla decina successiva. -> Tappa del
percorso da curare con particolare attenzione ed
esercitare con proposte frequenti

Aggiungere 10

Risolvi ora i seguenti calcoli:

$23 + 10 = 33$	$26 + 10 = \dots\dots$	$67 + 10 = \dots\dots$
$5 + 10 = \dots\dots$	$12 + 10 = \dots\dots$	$43 + 10 = \dots\dots$

Discutere i risultati con i bambini in modo da evidenziare che **quando si deve aggiungere 10 basta aggiungere 1 alle decine.**

Ora che sai facilmente fare addizioni con **+10** prova a risolvere quelle con **+11** e **+9**.

Ti diamo un piccolo aiuto:

$$11 = 10 + 1$$

$$9 = \dots\dots\dots$$

Risolvi le seguenti addizioni

$34 + 11 =$	$14 + 9 =$
$25 + 11 =$	$37 + 9 =$
$67 + 11 =$	$24 + 9 =$
$12 + 11 =$	$56 + 9 =$
$17 + 11 =$	$27 + 9 =$

Anche nella sottrazione è utile far tappa alla decina usando la scomposizione.

Partiamo da un esempio:

$$24 - 6$$

Si scompone il **6** in **4 + 2**

$$24 - 4 = 20 \rightarrow 20 - 2 = 18$$

È importante scomporre il secondo termine in modo da far tappa alla DECINA

Allenati come nell'esempio usando questo metodo

23 - 5 Scompongo il 5 $\nearrow$ $\searrow$ 3 2 23 - 3 = 20 $\triangleright$ 20 - 2 = 18	37 - 9 Scompongo il 9 $\nearrow$ $\searrow$ 37 - = $\triangleright$ - =
46 - 8 Scompongo l'8 $\nearrow$ $\searrow$ 46 - = $\triangleright$ - =	35 - 7 Scompongo il 7 $\nearrow$ $\searrow$ 35 - = $\triangleright$ - =

Utile questa schematizzazione che almeno all'inizio può rappresentare una mediazione di grande rilievo.

Risolvi ora le seguenti sottrazioni a mente aiutandoti con la strategia che hai imparato.

$23 - 5 =$	$35 - 6 =$
$32 - 4 =$	$42 - 3 =$
$45 - 6 =$	$34 - 6 =$
$24 - 7 =$	$53 - 4 =$

Con i numeri più grandi Filippo preferisce partire dal termine più piccolo e trovare quanti numeri mancano al più grande.

Vediamo come fa:

$$24 - 18$$

da **18** per arrivare a **24**

mancano 2 per arrivare a **20** e altri **4** per arrivare a **24**

$$2 + 4 = 6 \quad \text{In tutto ne mancano } 6$$

$$24 - 18 = 6$$

Seguono esercizi di applicazione della strategia

Ti ricordi come si svolgono le addizioni con $+ 10$?
Se non ti vengono in mente ripassa la scheda n°.....

Prova ad usare la stessa tecnica con le seguenti sottrazioni:

$$23 - 10 =$$

$$27 - 10 =$$

$$35 - 10 =$$

$$68 - 10 =$$

$$42 - 10 =$$

Come le spiegheresti ad un
compagno che non ha capito
come risolverle?

A questo punto proporre le attività già incontrate
con il $+ 11$ e il $+ 9$ anche con $- 11$ e $- 9$.

Per arrivare infine a proporre quesiti su operazioni di addizione e sottrazione con entrambi i termini di 2 cifre.

Considera la seguente addizione :

$$26 + 12 =$$

In quale modo la esegui?

Che cosa ci aspettiamo.....

Varie modalità fra cui....

$$26 + 10 + 2$$

$$26 + 2 + 10$$

$$20 + 10 + 6 + 2$$

.....

Ora considera la seguente sottrazione e scrivi come la esegui:

$$24 - 13 =$$

$$24 - 10 - 3$$

$$24 - 3 - 10$$

GIOCO E CALCOLO

INVALSI: una banca dati straordinaria.

.

D16. Osserva le seguenti operazioni.

$$\begin{array}{rclcl} \blacksquare & + & \bullet & = & 10 \\ \blacksquare & - & \bullet & = & 2 \end{array}$$

Il $\blacksquare$ corrisponde a un numero e il $\bullet$ corrisponde a un altro numero.

Quali sono questi due numeri?

- A. ☐ $\blacksquare$ corrisponde a 5 e $\bullet$ corrisponde a 3
- B. ☐ $\blacksquare$ corrisponde a 8 e $\bullet$ corrisponde a 2
- C. ☐ $\blacksquare$ corrisponde a 6 e $\bullet$ corrisponde a 4

Quanti punti ha fatto Emilia?

PROVE 2015\2016

Esse di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D7. Emilia va al luna park e gioca al "Tiro ai barattoli". Su ogni barattolo sono segnati i punti che si fanno se il barattolo cade.  Emilia fa un tiro e riesce a far cadere alcuni barattoli. Rimangono in piedi quelli che vedi qui sotto.  Quanti punti ha fatto Emilia? Risposta:	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Risolvere un problema a struttura additiva individuando gli elementi da sommare. PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: 20 L'alunno deve confrontare due immagini per ricavare i dati numerici necessari per risolvere il problema che richiede un'addizione con quattro addendi, cioè $1 + 3 + 6 + 10$. Possibili errori potrebbero essere contare il numero dei barattoli caduti, cioè quattro, oppure sommare i numeri scritti su quelli rimasti ottenendo 35.

Anche questa prova presenta aspetti didattici altamente positivi, Il valore aggiunto è il riferimento al gioco. Un gioco semplice che fa parte dell'esperienza di ogni alunno e che può rappresentare un ancoraggio fondamentale per un'efficace rappresentazione mentale della situazione problematica che il quesito pone.

Vedremo, però, attraverso i dati ricavati dalla sperimentazione della prova, che la soggettiva esperienza di gioco dei bambini, se da un lato favorisce la rappresentazione mentale della situazione, dall'altro può indurre in errore.

Le regole del gioco possono non essere le stesse.

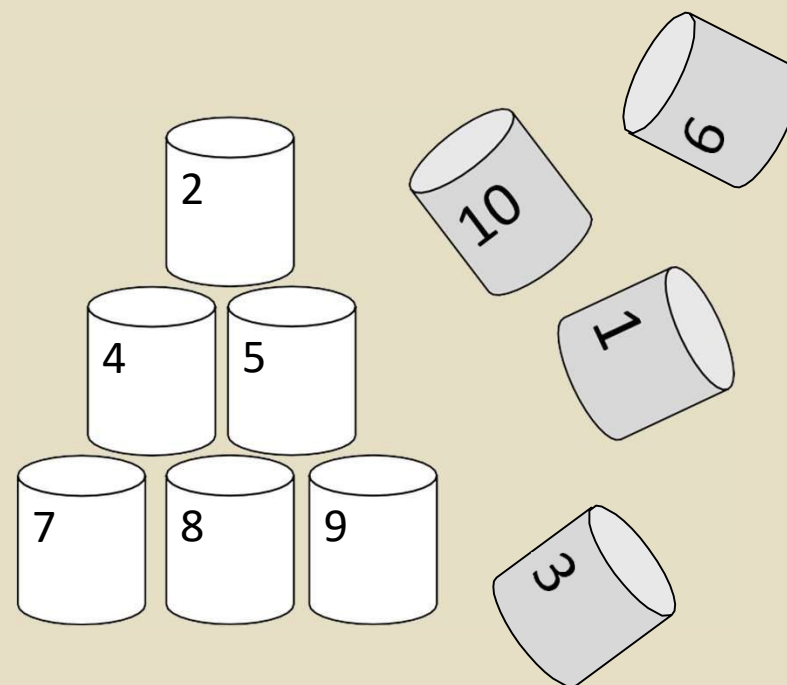
Affidarsi soltanto alle esperienze personali in questo campo non è sufficiente.

Serve una lettura attenta del testo del problema, una lettura orientata a capire.

Dopo aver lavorato da soli a trovare quanti punti aveva fatto Emilia giocando al tiro ai barattoli, i bambini presentano ai compagni le loro soluzioni

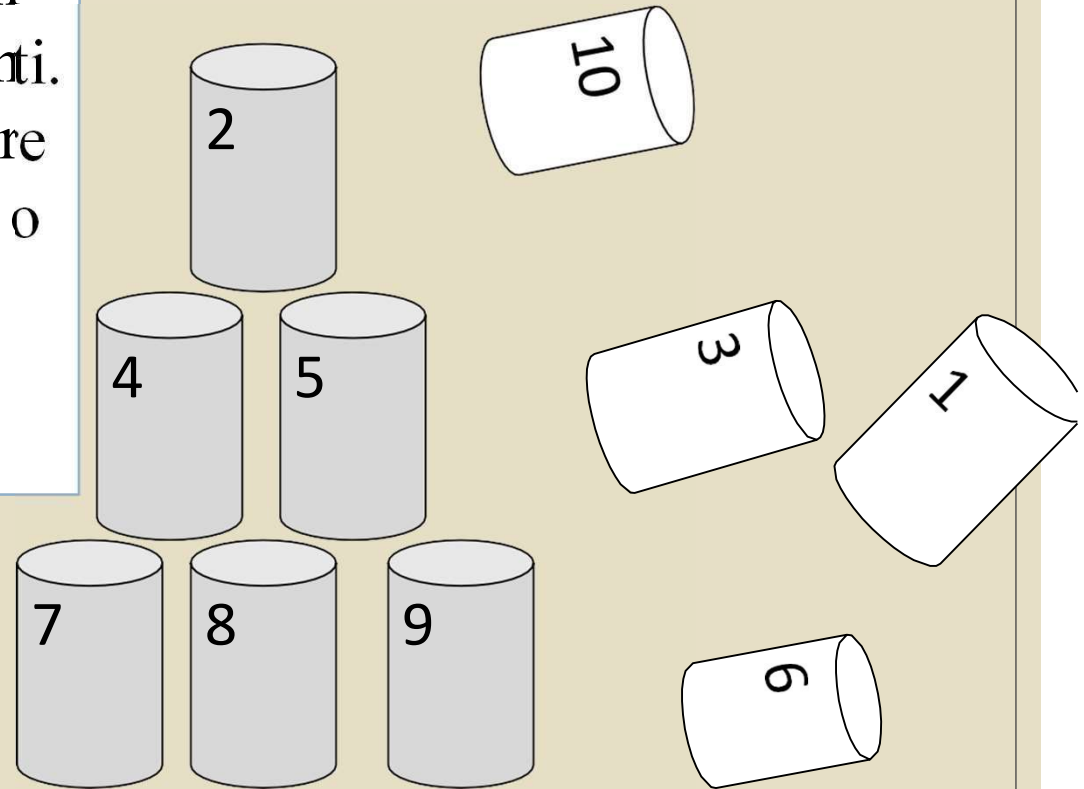
1^a SOLUZIONE

Alcuni dicono che Emilia ha fatto 4 punti e spiegano che per arrivare a questa soluzione hanno contato i barattoli che Emilia ha buttato giù, cioè 4



2^a SOLUZIONE

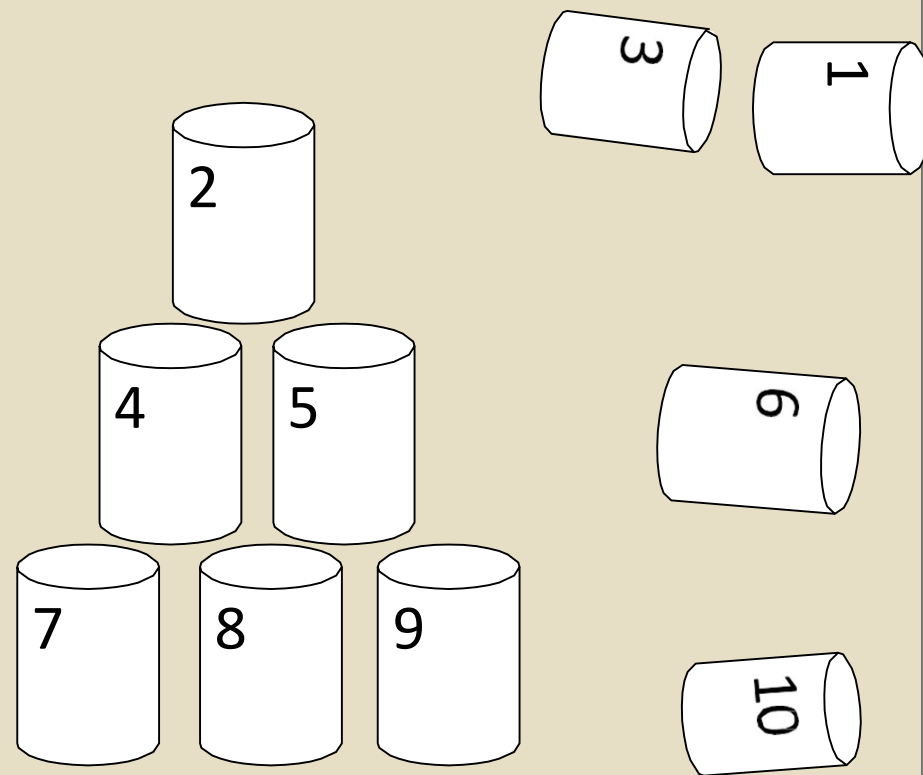
Un altro gruppo di bambini dice che Emilia ha fatto 6 punti. Questo gruppo per rispondere ha contato i barattoli che sono rimasti in piedi



3^a SOLUZIONE

Altri bambini hanno calcolato
i punti fatti da Emilia
**sommando i numeri sui
barattoli caduti, ma non
sono d'accordo sul
punteggio ottenuto.**

**Alcuni dicono
10 punti, altri 20, altri 19**



La discussione delle 3 soluzioni

- Io ho contato il numero di barattoli buttati giù ed erano 4. Ho fatto così perché quando vado a giocare a bowling con il babbo, vince chi butta giù più barattoli-

- Quando gioco al tiro ai barattoli con DAVIDE, invece, vince chi lascia in piedi più barattoli

- Anch'io vado a giocare a bowling con il mio babbo e la mia mamma, ma qui non siamo mica al bowling.

SI c'è scritto che (*legge*)“su ogni barattolo ci sono segnati i punti che si fanno se il barattolo va giù”

- Nella scheda c'è scritto che i punti sono i numeri sui bicchieri

L'ultimo intervento riporta tutti alla lettura del testo e all'importanza di leggere lentamente, più volte, parola per parola cercando di capirne il significato ...

La discussione fa emergere l'importanza della comprensione del testo, ma la prova diventa anche lo stimolo per inserire un nuovo gioco nel percorso di apprendimento proposto agli alunni....".IL GIOCO DEL TIRO AI BICCHIERI"

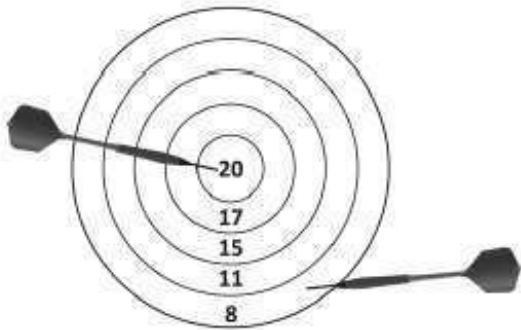
DIDATTICAMENTE
MOLTO INTERESSANTE
L'ANALISI
DELL'ERRORE
ATTRAVERSO LA
RICOSTRUZIONE IN
CLASSE DELLA
DISPOSIZIONE DEI
BARATTOLI



ALTRETTANTO INTERESSANTE L'USO DI QUESTO
GIOCO COME ESERCIZIO PERIODICO DI CALCOLO
MENTALE

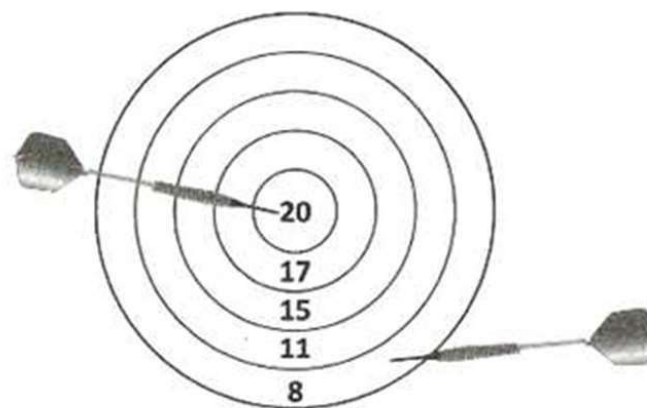
QUANTI PUNTI HA FATTO GIORGIO CON LA TERZA FRECCIA? PROVE 2015\2016

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D15. Giorgio ha ottenuto 39 punti con il lancio di tre freccette. L'immagine mostra i punti fatti da Giorgio con due delle freccette.  Quanti punti ha fatto con la terza freccetta? Risposta:	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Risolvere un problema a struttura additiva diretta e inversa PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: 11 Per risolvere il problema è necessario sottrarre dal punteggio ottenuto complessivamente dal lancio di tre freccette, cioè 39, fornito nello stimolo della domanda, la somma dei punti indicati dalle due freccette che compaiono nell'immagine.

Scopo della prova è, di nuovo, quello di “*verificare la capacità di risolvere problemi costruttura additiva, questa volta, però, diretta e inversa con riferimento ad uno specifico obiettivo di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria : “riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto mantenendo il controllo sia sul processorisolutivo sia sui risultati”*”

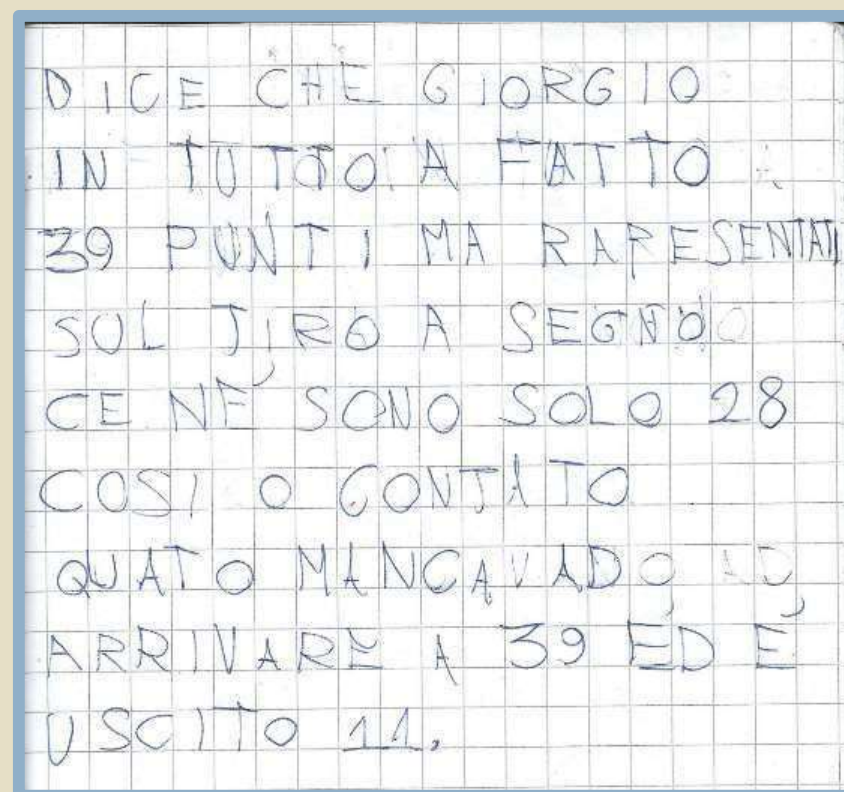
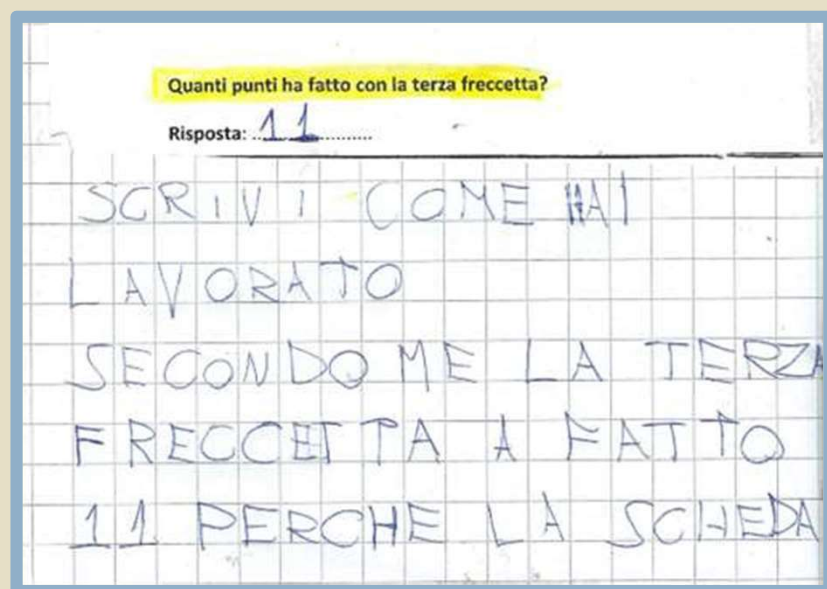
D15. Giorgio ha ottenuto 39 punti con il lancio di tre freccette.
L'immagine mostra i punti fatti da Giorgio con due delle freccette.



Quanti punti ha fatto con la terza freccetta?

Risposta:

LE RISPOSTE che danno voce AI PROCESSI DI PENSIERO



Quanti punti ha fatto con la terza freccetta:

Risposta:11.....

SCRIVI COME HAI LAVORATO

HO LAVORATO COSI HO GUARDATO LA SCHEDA

E I PUNTI CHE A FATTO ERANO

28 POI @ VISTO CHE 17 ERA IL

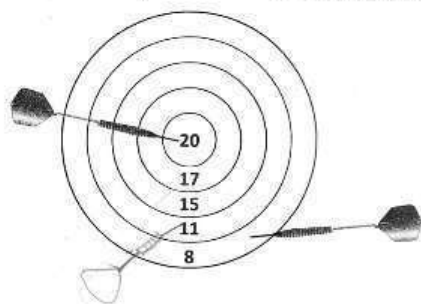
NUMERO GIUSTO PERCHE' METTEVI 1 A

28 E VENIVA 29 POI RIMANEVA 10 E LO

MESSO IN SIEME AL 29 E MI

VENIVA 39.

D15. Giorgio ha ottenuto 39 punti con il lancio di tre frecce.
L'immagine mostra i punti fatti da Giorgio con due delle frecce.



Quanti punti ha fatto con la terza freccetta?

Risposta: 11

SCRIVI COME HAI LAVORATO

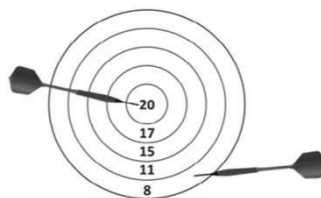
DA 28 HO PROVATO AD AGGIUNGERE NO 8 NO 20 MA TUTTI GLI ALTRI I NUMERI CHE CI SONO

DISSEGNAIO: FINO A CHE
NON HO TROVATO IL
NUMERO CHE AGGIUNGEN-
DO A 28 FA 39 E QUEL
NUMERO ERA PROPRIO 11
HO LAVORATO CON LE
MANI AGGIUNGENDO
SEMPRE 1

Può essere significativo raccogliere quanto emerso nella discussione in una scheda di sintesi da consegnare a tutti gli alunni

DOPO LA DISCUSSIONE ARRICCHIAMO
IL TIRO A SEGNO

GIORGIO HA OTTENUTO 39 PUNTI CON IL LANCIO DI TRE FRECCETTE.
L'IMMAGINE MOSTRA I PUNTI FATTI DA GIORGIO CON 2 DELLE FRECCETTE



QUANTI PUNTI HA FATTO GIORGIO CON LA TERZA FRECCETTA ?

LE NOSTRE RISPOSTE

11 PUNTI 28 PUNTI 48 PUNTI 50 PUNTI 42 PUNTI NON SO

CON LE MOTIVAZIONI SCRITTE CHE DIVENTANO STRATEGIE DI PENSIERO

- PRIMA DI TUTTO HO OSSERVATO E LETTO BENE LA SCHEDA. I PUNTI CHE HA FATTO GIORGIO CON LE 2 FRECCETTE NELL'IMMAGINE SONO 28. HO VISTO CHE 11 ERA LA RISPOSTA GIUSTA PERCHÈ METTEVI 1 A 28 E VENIVA 29, POI RIMANEVA 10 CHE MESSO INSIEME AL 29 FA 39

- SECONDO ME GIORGIO CON LA TERZA FRECCETTA HA FATTO 11 PERCHÈ LA SCHEDA DICE CHE GIORGIO IN TUTTO HA FATTO 39 PUNTI MA, RAPPRESENTATI SUL TIRO A SEGNO CE NE SONO SOLO 28, COSÌ HO CONTATO **QUANTO MANCA** DA 28 AD ARRIVARE A 39 ED È USCITO 11

$$28 + ? = 39$$

- HO LAVORATO COSÌ: PRIMA HO FATTO UN CALCOLO E CIOÈ QUESTO $\rightarrow 20 + 8 = 28$.
- AL 28 DOVEVO AGGIUNGERE UN + PER SOMMARE IL PUNTEGGIO DELLA TERZA FRECCETTA.
- HO PROVATO CON IL 17 $\rightarrow 28 + 17 = 45$
- HO PROVATO CON IL 15 $\rightarrow 28 + 15 = 43$
- E INFINE HO PROVATO CON L'11 $\rightarrow 28 + 11 = 39$
- CON LA TERZA FRECCETTA GIORGIO HA FATTO 11 PUNTI

$$20 + 8 + 11 = 39$$

Ma molto interessante è la discussione legata alle risposte errate

IL RISULTATO PUÒ ESSERE 28?

Gli interventi

- 28 è quanto ha fatto Giorgio con 2 frecce, $20 + 8 = 28$,
- Ma noi dobbiamo trovare quanti punti ha fatto con la terza freccia; di quella non sappiamo nulla.
- Con la terza freccia GIORGIO non può aver fatto 28 perché non c'è il numero 28 sul tiro a segno.
- 28 si può fare solo con 2 tiri uno da 20 e uno da 8.
- Ma ogni freccia può essere tirata una volta sola
- 28 con la terza freccia Giorgio non poteva farlo perché lui ha fatto in tutto 39 punti.
- Con 2 tiri ha fatto 28 con il terzo tiro non poteva fare 28. $28 + 28$ fa più di 39

DURANTE LA
DISCUSSIONE
QUALCUNO DI VOI HA
RIPENSATO AL PROPRIO
LAVORO ?

- IO NON AVEVO CAPITO CHE SIDOVEVA CONSIDERARE LA TERZA FRECCIA
- IO VOLEVO SOMMARE TUTTI I NUMERI, MA NON C'ENTRA NULLA
- IO NON AVEVO "VISTO" IL 39

IL RISULTATO PUÒ ESSERE 48 50 42 ?

- Neanche questi punti vanno bene
- Con un tiro non si può fare, né 48, né 50, né 42
- Per fare 48 si deve fare $20 + 20 + 8$, tre tiri
- Per fare 42 $\rightarrow 11 \ 11 \ 20$ sempre 3 tiri
- Poi 48 50 42 sono tutti numeri più grandi di 39.
- 39 è tutto il punteggio di Giorgio "più in là" non si può andare

DALLA PROVA INVALSI AL GIOCO IN CLASSE con la vecchia lavagna

I GIOCHI POSSONO ESSERE VARI e più o meno complessi

Ogni bambino fa 2 lanci con la gomma e segna il punteggio ottenuto (in una tabella collettiva?) poi si cerca di rispondere a domande come le seguenti:

- Chi ha totalizzato il punteggio più alto?
- Chi ha totalizzato il punteggio più basso?
- Chi è arrivato secondo?
- Chi è arrivato terzo?

.....



POSSIBILI VARIANTI DEL GIOCO

Si può giocare al gioco del **TIRO NASCOSTO**

Due bambini escono dall'aula mentre gli altri a turno fanno 3 tiri e ne tengono uno nascosto. I bambini che erano fuori rientrano e vengono informati del punteggio totale e del punteggio ottenuto con 2 tiri, Insieme, ragionano per trovare il punteggio del tiro nascosto.

Quando i bambini hanno familiarizzato col gioco si possono utilizzare strutture del tipo:

$$\dots\dots\dots + 11 = 26$$

$$17 + \dots\dots\dots + 8 = 30$$

MAESTRA SI
GIOCA?

Attraverso il
gioco l'esercizio
di calcolo
diventa
piacevole
divertente
Il metodo di
lavoro dovrebbe
sempre tener
conto del valore
degli aspetti
ludici in tutto
l'arco della
scuola primaria e,
in particolare,
nelle prime 2
classi.