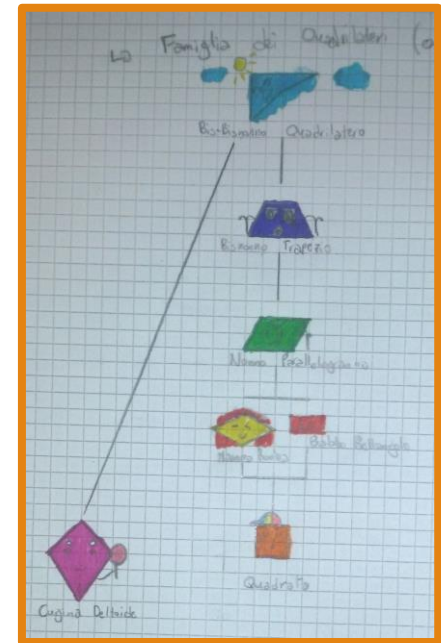


CLASSIFICHIAMO I QUADRILATERI

di Lucia Ciabini



Con la collaborazione del GRUPPO DI RICERCA E DI SPERIMENTAZIONE
DELLA MATEMATICA DEL CIDI DI FIRENZE

(Daniela Basosi, Ilaria Bisogno, Stefania Giansanti, Paola Papini, Alice Pistolesi,
Arianna Trippi, Antonietta Grande, Elisa Lippi, Roberta Magrini)

COLLOCAZIONE DEL PERCORSO EFFETTUATO NEL CURRICOLO VERTICALE

Il percorso è stato svolto tra metà novembre e metà dicembre del secondo anno della scuola secondaria di primo grado. Prerequisito indispensabile per affrontarlo è la conoscenza delle generalità sui poligoni (parte svolta alla fine del primo anno e ripresa all'inizio del secondo). La conoscenza delle proprietà dei quadrilateri è a sua volta necessaria per affrontare il percorso sulle aree. La programmazione del secondo anno, nell'ambito del nucleo spazio e figure, prevede i seguenti argomenti:

- Generalità sui poligoni (completamento)
- Le isometrie (simmetria, rotazione e traslazione)
- **Classificazione e proprietà dei quadrilateri**
- Area di figure piane. Problemi su isoperimetria ed equiestensione
- Il teorema di Pitagora
- Similitudine e omotetia

OBIETTIVI ESSENZIALI DI APPRENDIMENTO

Dalle Indicazioni nazionali del 2012

- Conoscere definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonal, ...) delle principali figure piane (triangoli, **quadrilateri**, poligoni regolari, cerchio)
- Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri
- Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y=ax$, **$y=a/x$** , $y=ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici (e collegare le prime due al concetto di proporzionalità)

Altri obiettivi

- Utilizzare il linguaggio specifico per definire correttamente un quadrilatero
- Capire quando quadrilateri più particolari costituiscono un sottoinsieme di una categoria più ampia
- Utilizzare i diagrammi di Eulero-Venn per rappresentare la classificazione dei quadrilateri
- Identificare un quadrilatero dalle proprietà delle sue diagonal

ELEMENTI ESSENZIALI DELL'APPROCCIO METODOLOGICO

Il percorso è stato proposto a classi abituate a lavorare secondo la didattica laboratoriale in cinque fasi.

I concetti sono stati costruiti dopo una fase di riflessione e verbalizzazione scritta individuale rispondendo a quesiti posti dall'insegnante; la docente ha poi moderato la discussione con la trascrizione sulla LIM degli interventi e delle ipotesi (corrette e non) degli alunni, per arrivare, dopo una discussione collettiva, alle conclusioni, alle definizioni e alle proprietà corrette dei quadrilateri.

Le conclusioni raggiunte, condivise da tutti, sono state trascritte ed evidenziate sul quaderno di ogni ragazzo.

MATERIALI, APPARECCHI E STRUMENTI UTILIZZATI

a) Materiali

Listelli in plastica, fermacampioni ed elastici, spago, strisce di plastica colorata.

b) Strumenti

LIM per disegnare i poligoni su cui riflettere, per le discussioni collettive e per scrivere le conclusioni condivise

AMBIENTE/I IN CUI E' STATO SVILUPPATO IL PERCORSO

Tutte le attività sono state svolte in aula, con i banchi disposti in modo consueto per le attività individuali, oppure organizzati in isole per le attività di gruppo.

TEMPI

- a) Per la messa a punto del percorso e la preparazione dei materiali didattici: **6 h**
- b) Per la discussione all'interno del gruppo di ricerca sulla didattica della matematica del CIDI di Firenze: **4/6 h**
- c) Per l'attuazione del percorso in classe: **14 h + 1 h per la verifica**
- d) Per la documentazione: **10 h**

SITOGRAFIA E BIBLIOGRAFIA

Traccia del percorso sulla classificazione dei poligoni di G. Spirito:

[http://www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/300/classificazione-di-poligoni\(2\).pdf](http://www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/300/classificazione-di-poligoni(2).pdf)

La Matematica, Figure piane A, di E. Castelnuovo, La Nuova Italia

Contaci!, Vol.1 spazio e figure, di Clara Bertinetto, Arja Metiäinen, Johannes Paasonen, Eija Voutilainen, Ed. Zanichelli

Dizionario di Matematica elementare, di Stella Baruk. Ed. Zanichelli

DESCRIZIONE DEL PERCORSO

1. Che cosa mi ricordo?

Per introdurre l'argomento è stato chiesto di definire un quadrilatero.

Un quadrilatero è un poligono con 4 angoli e 4 lati

un quadrilatero è una figura geometrica che ha 4 lati e 4 angoli.

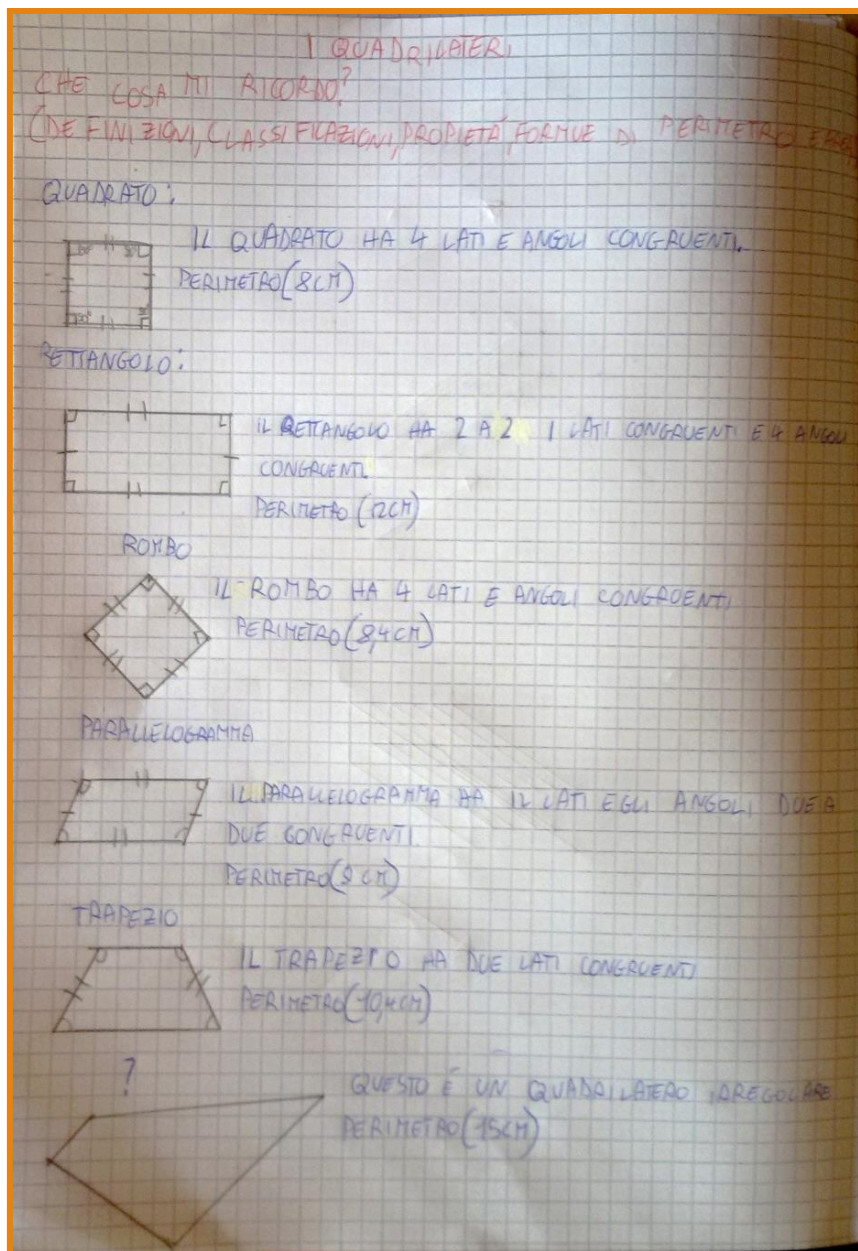
il quadrato è una fig

I quadrilateri hanno 4 angoli e 4 lati.

Già la definizione generica di quadrilatero è stata oggetto di discussione: tutti gli alunni hanno definito i quadrilateri come poligoni con quattro lati e quattro angoli. L'insegnante ha chiesto se erano note figure piane con quattro lati e con un numero di angoli diverso da quattro.

Si è chiarito che **le definizioni della geometria cercano di descrivere gli oggetti in modo univoco con il minor numero di parole**. Si concorda quindi che:

QUADRILATERO = poligono con quattro lati



Ai ragazzi è stato chiesto di scrivere, liberamente, ciò che si ricordavano sui quadrilateri, in particolare le definizioni, la classificazione in base agli angoli e ai lati, le proprietà e le formule per il calcolo di perimetro ed area. Praticamente tutti hanno seguito l'ordine:

QUADRATO

RETTANGOLO

ROMBO

PARALLELOGRAMMA

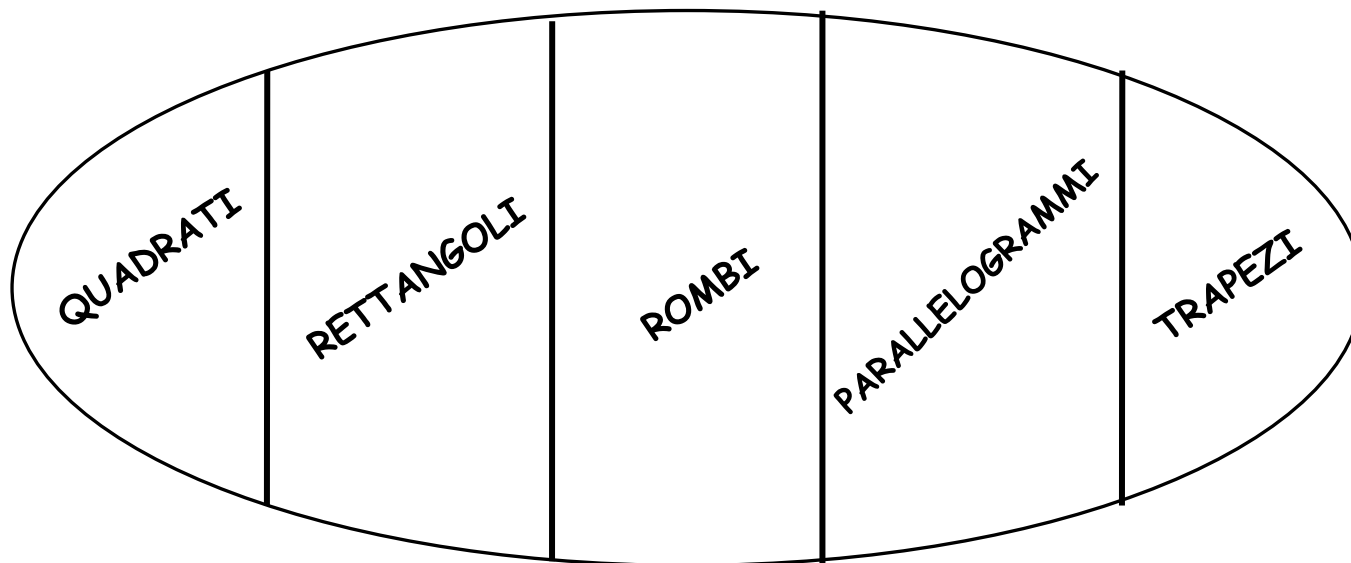
TRAPEZIO

procedendo dal più particolare al più irregolare. L'approccio è corretto e comprensibile pensando alle forme che si trovano nella realtà e quindi più vicine al vissuto dei bambini.

Dopo questa prima fase introduttiva, l'insegnante ha raccolto e letto tutti i quaderni dei ragazzi, per valutare il livello iniziale di conoscenze, i misconcetti, gli stereotipi e gli errori più frequenti per ogni classe di quadrilateri.



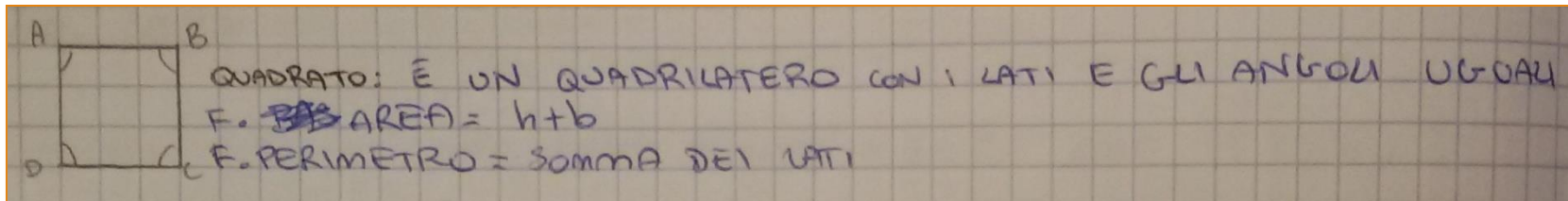
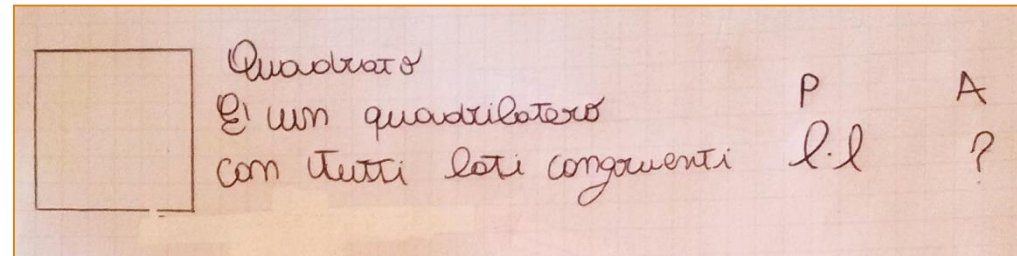
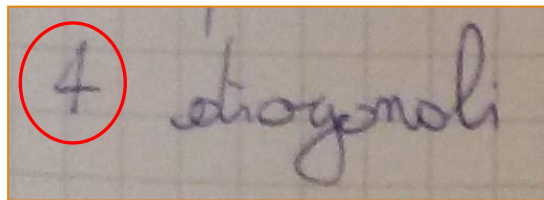
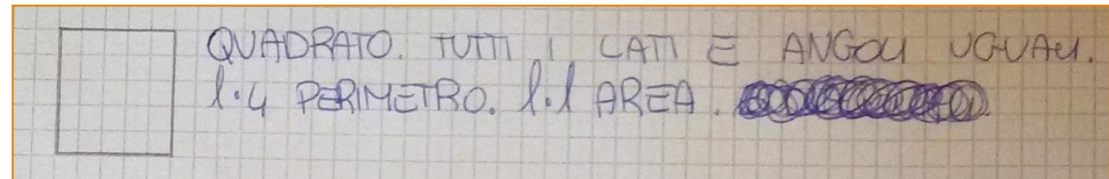
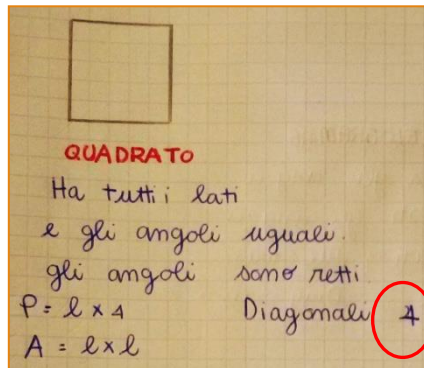
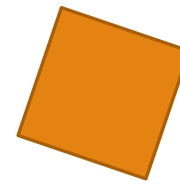
La correzione dei quaderni e la fase successiva del percorso hanno messo in evidenza che la classificazione che è rimasta nella mente dei ragazzi è una **partizione**, cioè ogni classe di quadrilateri è considerata un insieme disgiunto dagli altri.



Classificazione che i ragazzi hanno in mente all'inizio del percorso

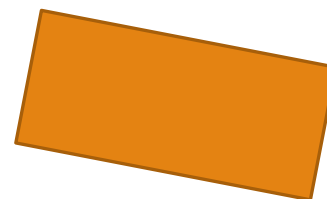
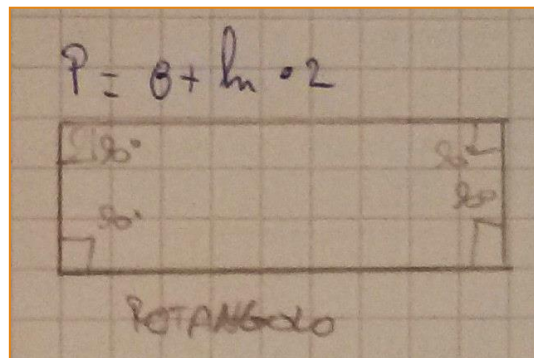
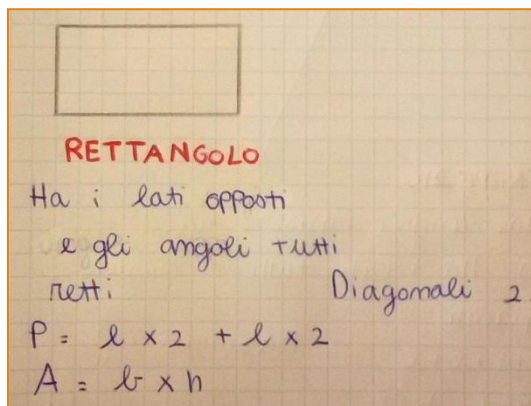
Le cinque diapositive seguenti riportano, per ogni tipo di quadrilatero, gli errori più frequenti e significativi, le rappresentazioni spontanee dei ragazzi e le loro incertezze relative alle formule per il calcolo di perimetro ed area.

IL QUADRATO



Come prevedibile, la definizione di quadrato non ha creato problemi, mentre decisamente meno corretta è stata l'individuazione delle proprietà, soprattutto per quanto riguarda le diagonali, e delle formule per il calcolo di perimetro ed area.

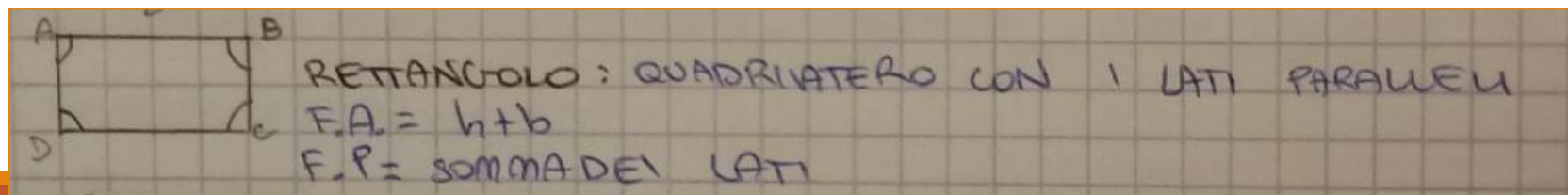
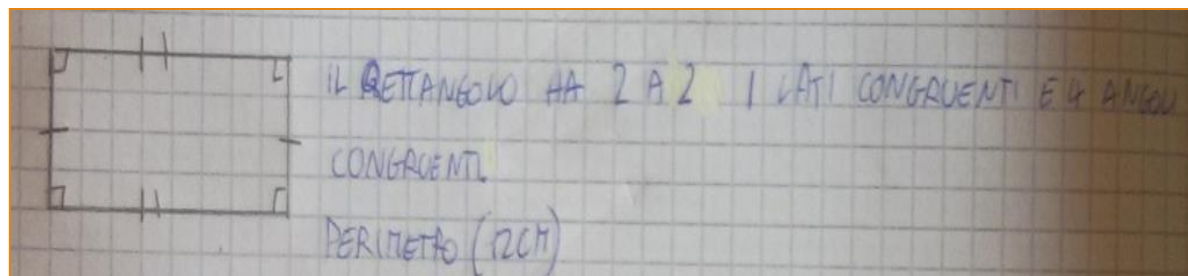
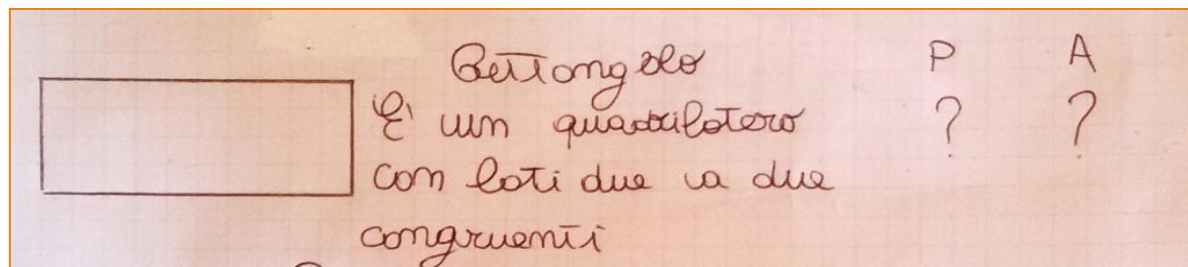
IL RETTANGOLO

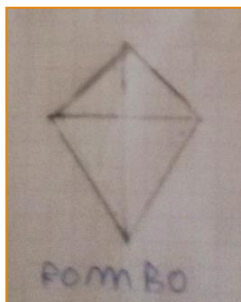


Come si può notare, il rettangolo viene sempre rappresentato appoggiato sul lato più lungo.

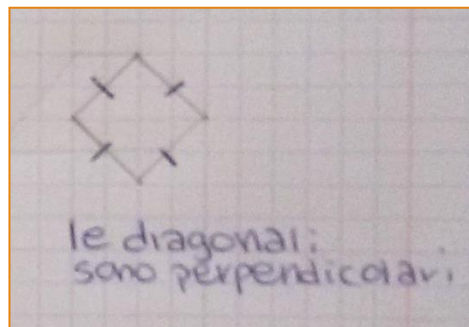
Nella definizione viene sempre specificato che la figura ha i lati a due a due uguali, talvolta questo elemento è utilizzato come definizione.

Un po' di confusione anche sulle formule...





Alunno con DSA



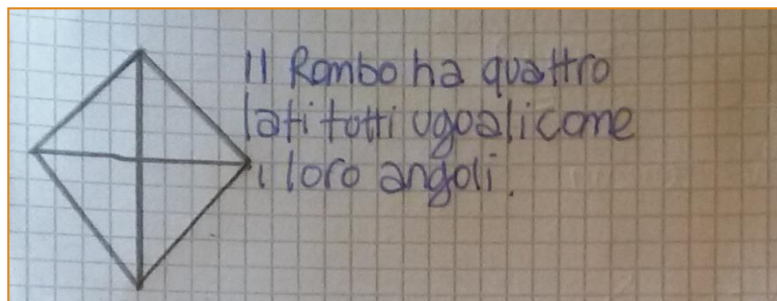
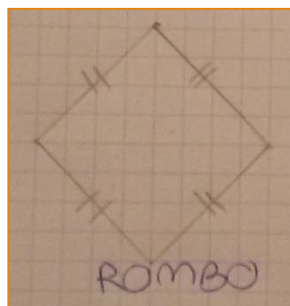
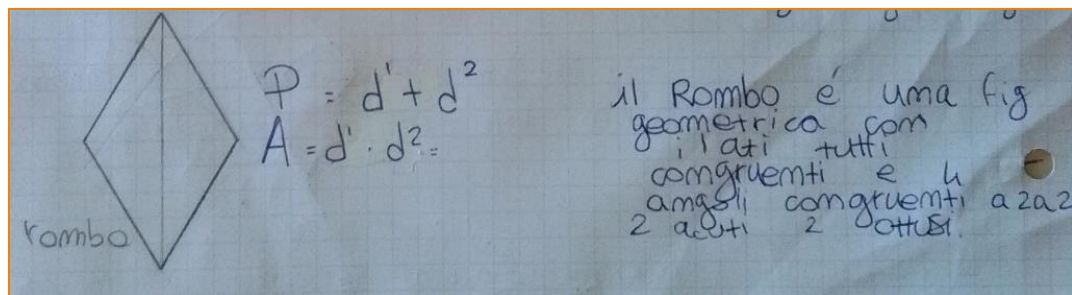
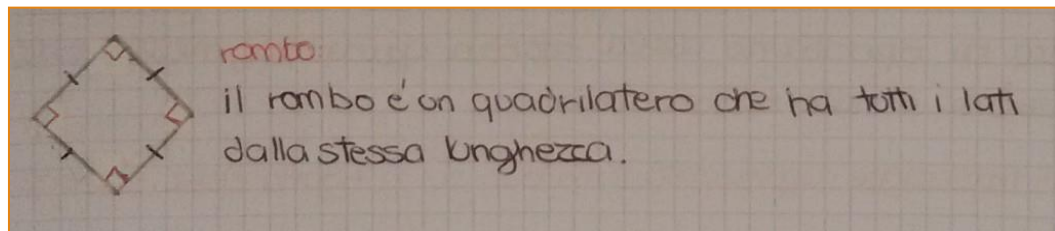
IL ROMBO



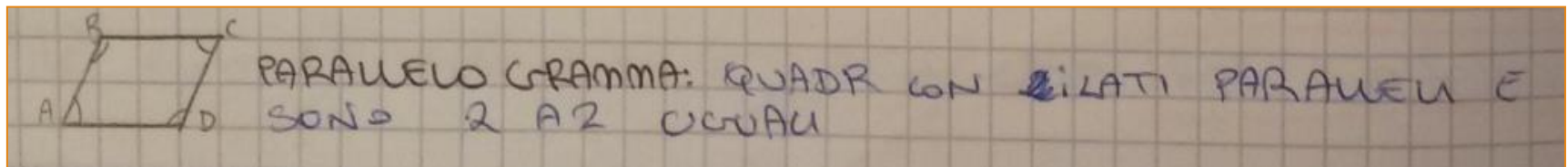
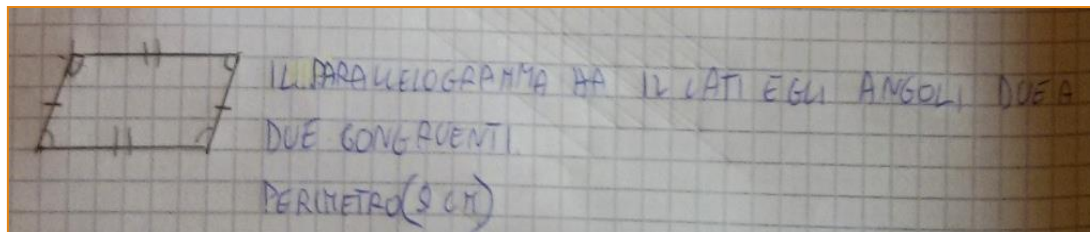
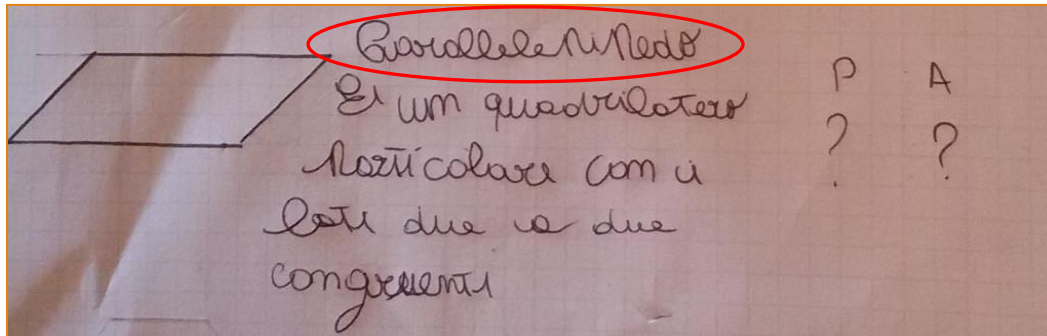
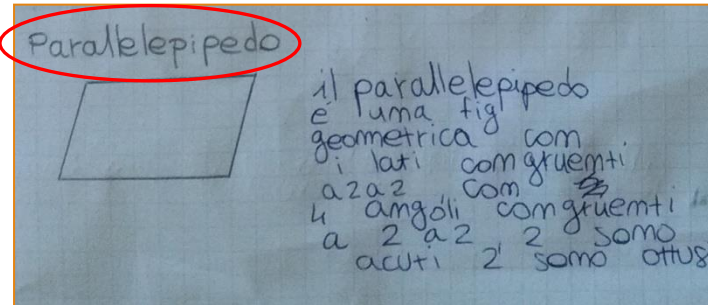
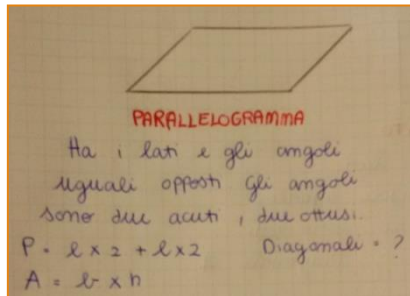
Con il rombo iniziano i problemi seri...

Già il disegno, e la simmetria rispetto alle diagonali, risulta difficoltoso per molti alunni; spesso realizzano un quadrato ruotato di 45°.

Le definizioni sono più rare, più vaghe ed eventualmente sovrabbondanti.



IL PARALLELOGRAMMA



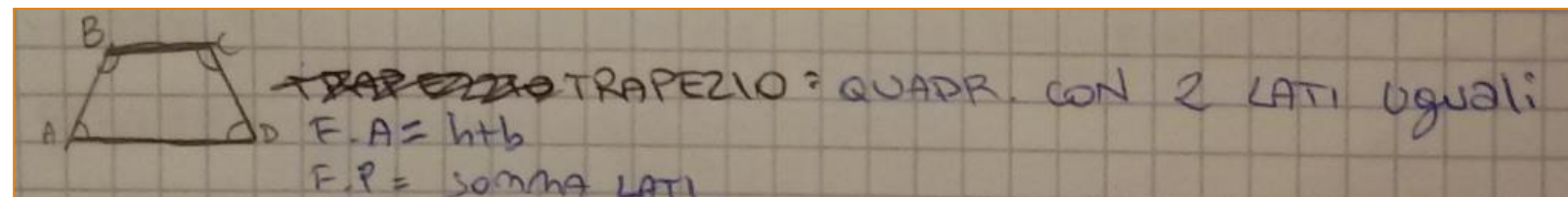
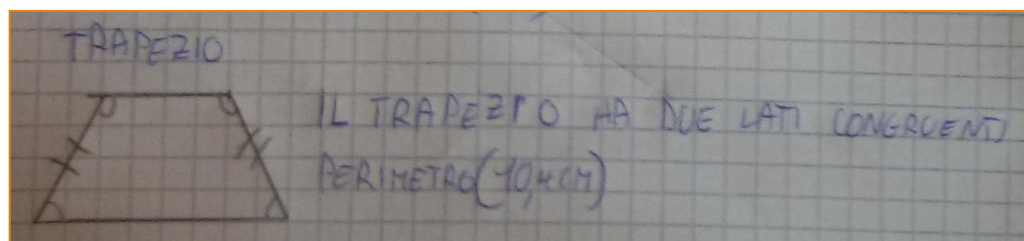
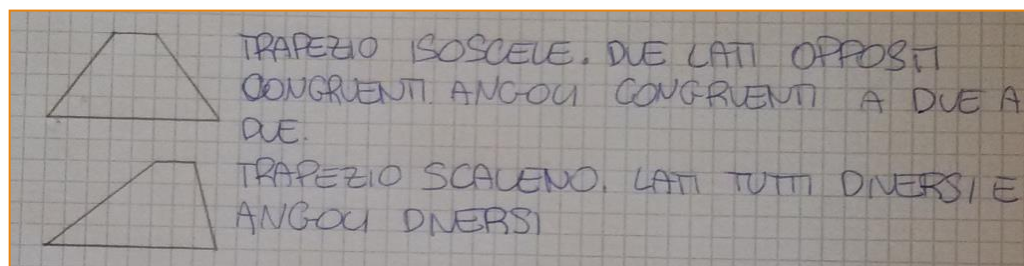
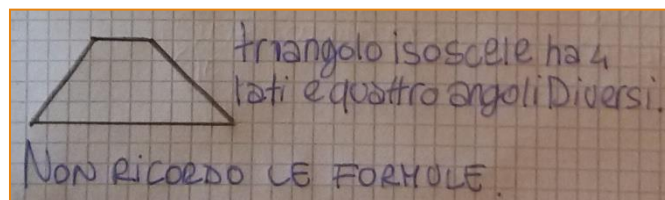
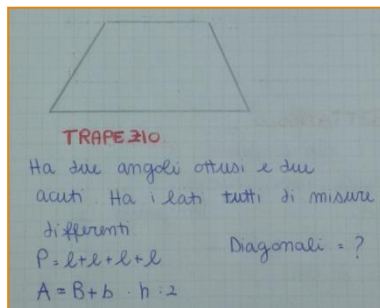
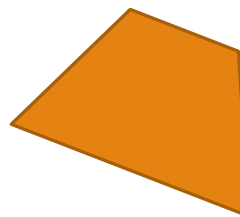
Anche in questo caso la figura è disegnata sempre appoggiata sul lato più lungo e con l'angolo acuto in basso a sinistra.

Nella definizione non si fa quasi mai riferimento al parallelismo dei lati.

Spesso il poligono viene chiamato parallelepipedo.

Le formule di perimetro ed area non vengono riportate.

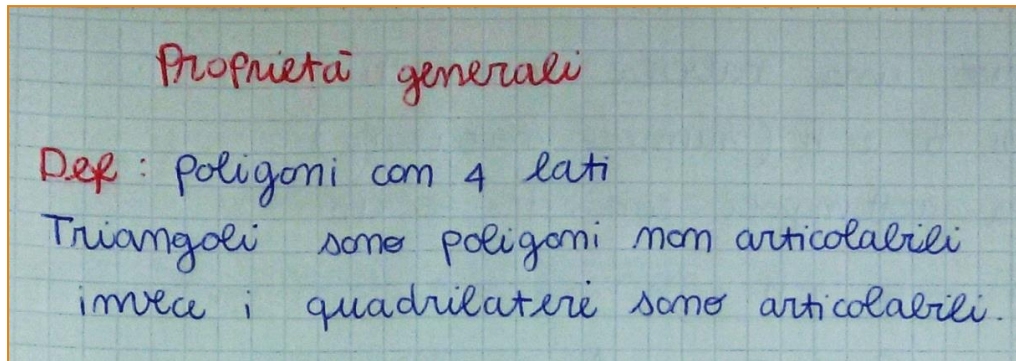
IL TRAPEZIO



Diversi alunni, elencando e classificando i quadrilateri, non riportano il trapezio. Quelli che lo fanno non danno la definizione corretta, facendo spesso riferimento al trapezio isoscele e quindi all'uguaglianza di due lati. Nessuno riporta le formule corrette di area e perimetro.

2. Discutiamo e ricostruiamo le definizioni corrette

Premessa...

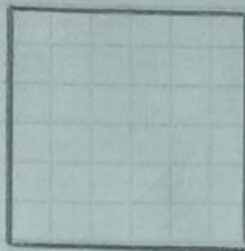


L'articolabilità dei quadrilateri (e la non articolabilità dei triangoli) osservata con i listelli colorati consente di fare un utile collegamento con il percorso sull'apparato locomotore. Le articolazioni, infatti, consentono un numero elevato di movimenti e posizioni. Allo stesso modo quattro segmenti possono originare infiniti quadrilateri.

L'osservazione di questi modelli dinamici ha consentito una classificazione per inclusione di molti quadrilateri mostrando come, variando la posizione di segmenti vincolati ai vertici, un certo quadrilatero costituisca un caso particolare (sottoinsieme) di una classe più ampia.



Sono domande serie? Dove sta il trucco?



1) La figura è un rettangolo? ² ~~21~~
☒ ~~☐~~

Perché? -

È un quadrato, e non ha le caratteristiche di un rettangolo

2) La figura è un rombo? ~~☒~~ ☐ NO

Perché?

⁶ ¹⁷

La figura è un rombo perché presenta le caratteristiche di esso.



1) La Figura è un rettangolo? ~~SI~~ NO

PK? no perché i lati e gli angoli sono tutti uguali.

2) La Figura è un rombo? SI ~~NO~~

PK? no perché il QUADRATO HA TUTTI gli angoli uguali, invece il rombo NO

Dopo aver disegnato un quadrato alla lavagna l'insegnante ha chiesto che ogni alunno individualmente, in forma scritta e motivando le risposte, rispondesse alle seguenti domande:

1) La figura è un rettangolo? Perché?

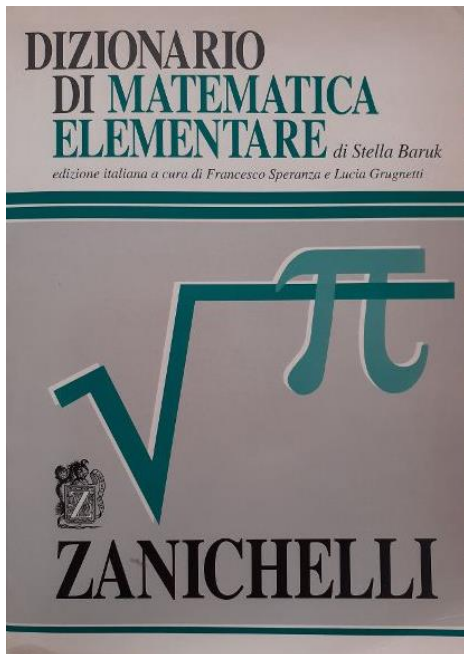
2) La figura è un rombo? Perché?

Prima di discutere abbiamo contato le risposte affermative e negative in entrambi i casi. Come mostrato in figura i NO sono stati nettamente prevalenti.

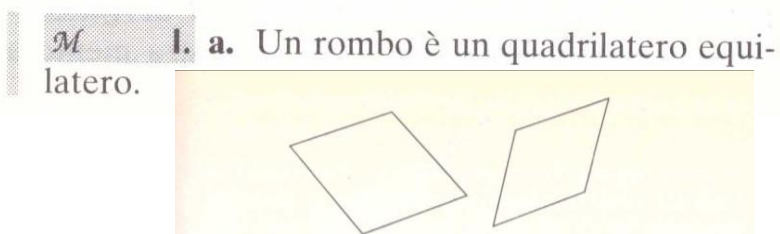
Dal punto di vista del coinvolgimento questo approccio è risultato decisamente positivo, i ragazzi, spesso distratti e molto rumorosi, si sono mostrati curiosi e divertiti. Hanno atteso in silenzio la discussione per vedere dove la prof. volesse arrivare...

La discussione, condotta leggendo le risposte di molti alunni, ha portato subito alla conclusione che per essere sicuri della risposta si deve conoscere la corretta definizione di “rettangolo” e di “rombo”.

Con l'aiuto del dizionario matematico abbiamo cercato le definizioni, sempre precisando che si deve usare il minor numero di parole possibili per definire l'oggetto in modo univoco.

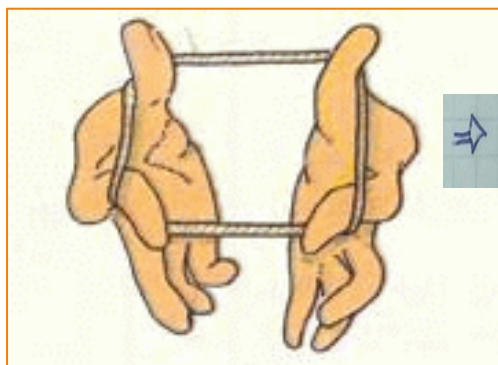
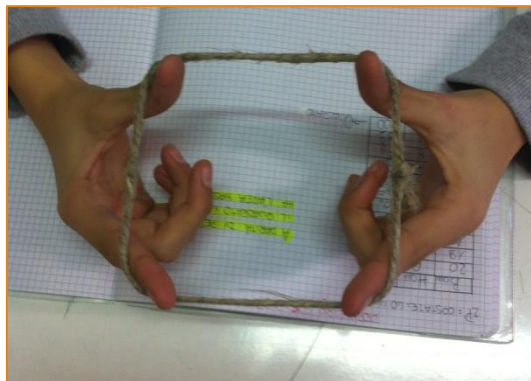


RETTANGOLO
quadrilatero con
quattro angoli retti



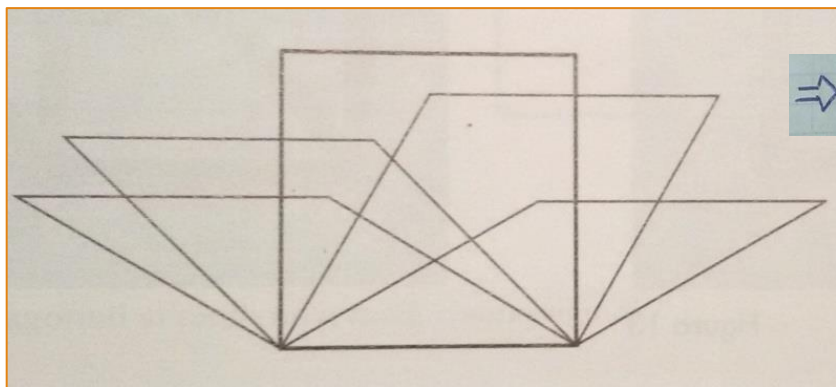
ROMBO
quadrilatero
equilatero

Legando uno spago e manipolandolo con le mani si ottiene un insieme di infiniti rettangoli isoperimetrici. **Il quadrato è un caso particolare.**



⇒ ogni quadrato è un rettangolo (speciale)

Unendo quattro listelli della stessa misura si ottiene un insieme di infiniti rombi isoperimetrici. **Il quadrato è un caso particolare.**



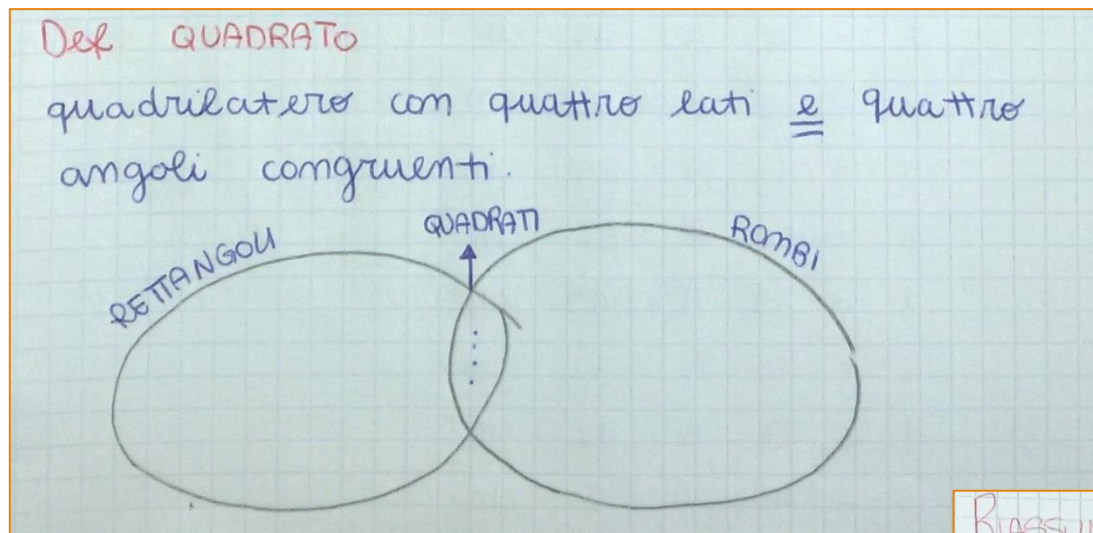
⇒ ogni quadrato è un rombo (speciale)

Affermazioni del tipo “tutti i quadrati sono rettangoli, ma non tutti i rettangoli sono quadrati” e “tutti i quadrati sono rombi, ma non tutti i rombi sono quadrati” hanno destato qualche perplessità. Si è ritenuto utile, a questo punto, lavorare con esempi non legati alla geometria, chiedendo ad esempio di riflettere sulla situazione “essere fiorentino ed essere toscano” e di rappresentarla.

Altro esempio efficace è stato l’insieme degli alunni della classe con i capelli neri e quello degli alunni con gli occhiali, da cui il concetto di intersezione.

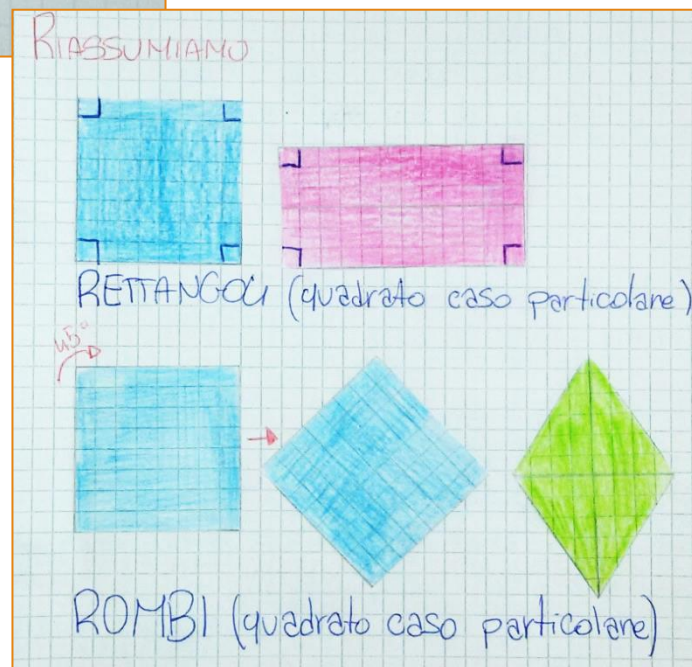


Rettangoli, rombi, quadrati



Il quadrato, quindi, è allo stesso tempo un rettangolo speciale ed un rombo speciale. Si introduce la rappresentazione di Eulero-Venn, in cui i quadrati devono occupare l'intersezione tra l'insieme dei rettangoli e quello dei rombi.

Si riassume, infine, con l'aiuto di alcune figure precedentemente disegnate, colorate e ritagliate da ogni alunno. Nel caso del rombo si ribadisce in modo forte come una semplice rotazione non possa cambiare la natura di una figura, e quindi non è corretto dire "se si gira un quadrato diventa un rombo"; il quadrato è un rombo anche se non si ruota!

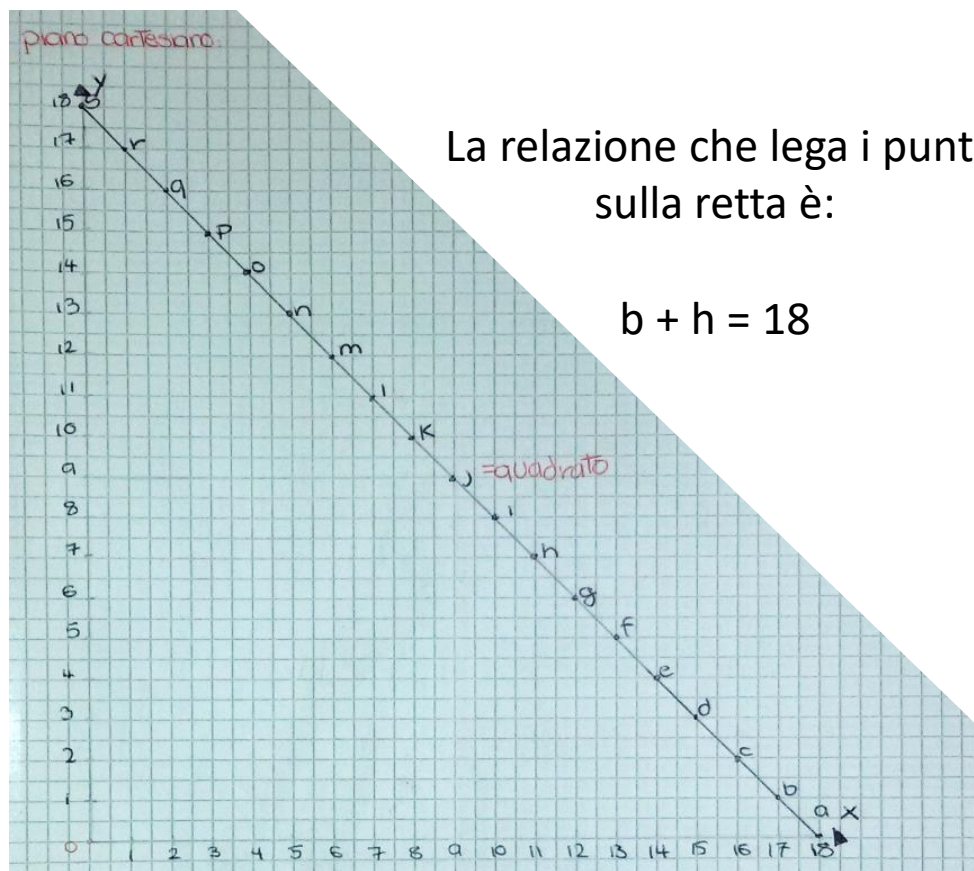


Ancora sui rettangoli

1. Abbiamo costruito una tabella dei possibili valori di b e h (numeri naturali) di rettangoli isoperimetrici con $P = 36$ cm e poi ogni alunno ha riportato h in funzione di b :

b	h
18	0
17	1
16	2
15	3
14	4
13	5
12	6
11	7
10	8
9	9
8	10
7	11
6	12
5	13
4	14
3	15
2	16
1	17
0	18

Quadrato!



E' interessante soffermarsi sui casi limite $(18; 0)$ e $(0; 18)$, già discussi lavorando con lo spago, e sul caso particolare $(9; 9)$.

Si può chiedere: «secondo voi, rettangoli che hanno lo stesso perimetro, avranno anche la stessa area?»

b	h	
18	0	$A = 0 \text{ cm}^2$
17	1	$A = 17 \text{ cm}^2$
16	2	$A = 32 \text{ cm}^2$
15	3	$A = 45 \text{ cm}^2$
14	4	$A = 56 \text{ cm}^2$
13	5	$A = 65 \text{ cm}^2$

12	-	6	$A = 72 \text{ cm}^2$
11	-	7	$A = 77 \text{ cm}^2$
10	-	8	$A = 80 \text{ cm}^2$
9	-	9	$A = 81 \text{ cm}^2$
8	-	10	$A = 80 \text{ cm}^2$
7	-	11	$A = 77 \text{ cm}^2$
6	-	12	$A = 72 \text{ cm}^2$
5	-	13	$A = 65 \text{ cm}^2$
4	-	14	$A = 56 \text{ cm}^2$
3	-	15	$A = 45 \text{ cm}^2$
2	-	16	$A = 32 \text{ cm}^2$
1	-	17	$A = 17 \text{ cm}^2$
0	-	18	$A = 0 \text{ cm}^2$

Per ogni rettangolo della tabella si è chiesto di calcolare il valore dell'area.

Si arriva, così, a due importanti conclusioni:

N.B. Perimetro uguale non significa anche la stessa area!

N.B. A parità di perimetro, il quadrato è il rettangolo con area massima

Il fatto che rettangoli, ed in genere figure geometriche, con lo stesso perimetro non abbiano la stessa area ha sorpreso molti ragazzi.

2. Sono state, poi, proposte le seguenti attività su famiglie di rettangoli equivalenti.

Sul concetto di area e sulle formule che ne consentono il calcolo per i diversi poligoni, si lavorerà a lungo nel percorso successivo, ma si è ritenuto importante, oltre che motivante, continuare a lavorare sulle relazioni matematiche e sulla loro rappresentazione grafica.

Nelle lezioni introduttive ai poligoni, del resto, erano già state discusse le definizioni di equivalenza, equiestensione ed isoperimetria.

La formula per il calcolo dell'area del rettangolo è già nota dalla scuola primaria.

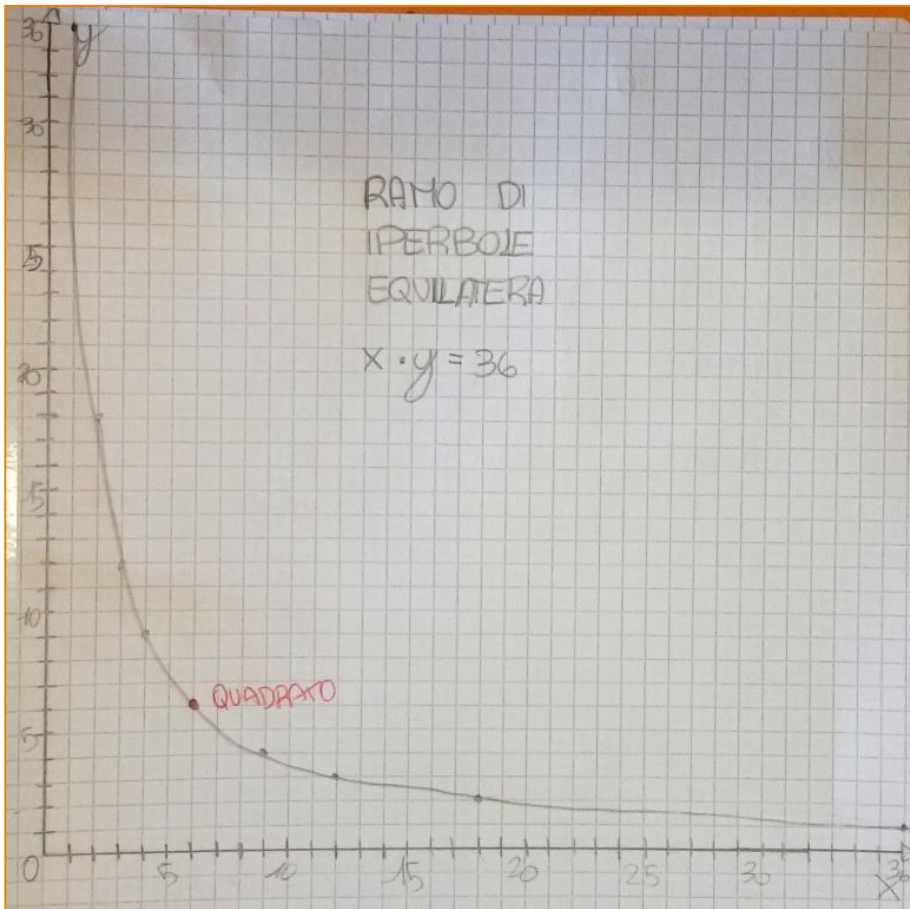
Costruire una tabella con tutti i possibili valori di b e h (numeri naturali) di rettangoli equivalenti con $A = 36 \text{ cm}^2$.
Rappresenta su un piano cartesiano l'ipotesi b sulle ascisse e h sulle ordinate.

b	h
36	1
18	2
12	3
9	4
6	6
4	9
3	12
2	18
1	36

Abbiamo costruito una tabella dei possibili valori di b e h (numeri naturali) di rettangoli equivalenti con $A = 36 \text{ cm}^2$ e poi ogni alunno ha riportato h in funzione di b .

Attraverso una discussione a voce
abbiamo ricavato la relazione che lega
i punti sulla retta:

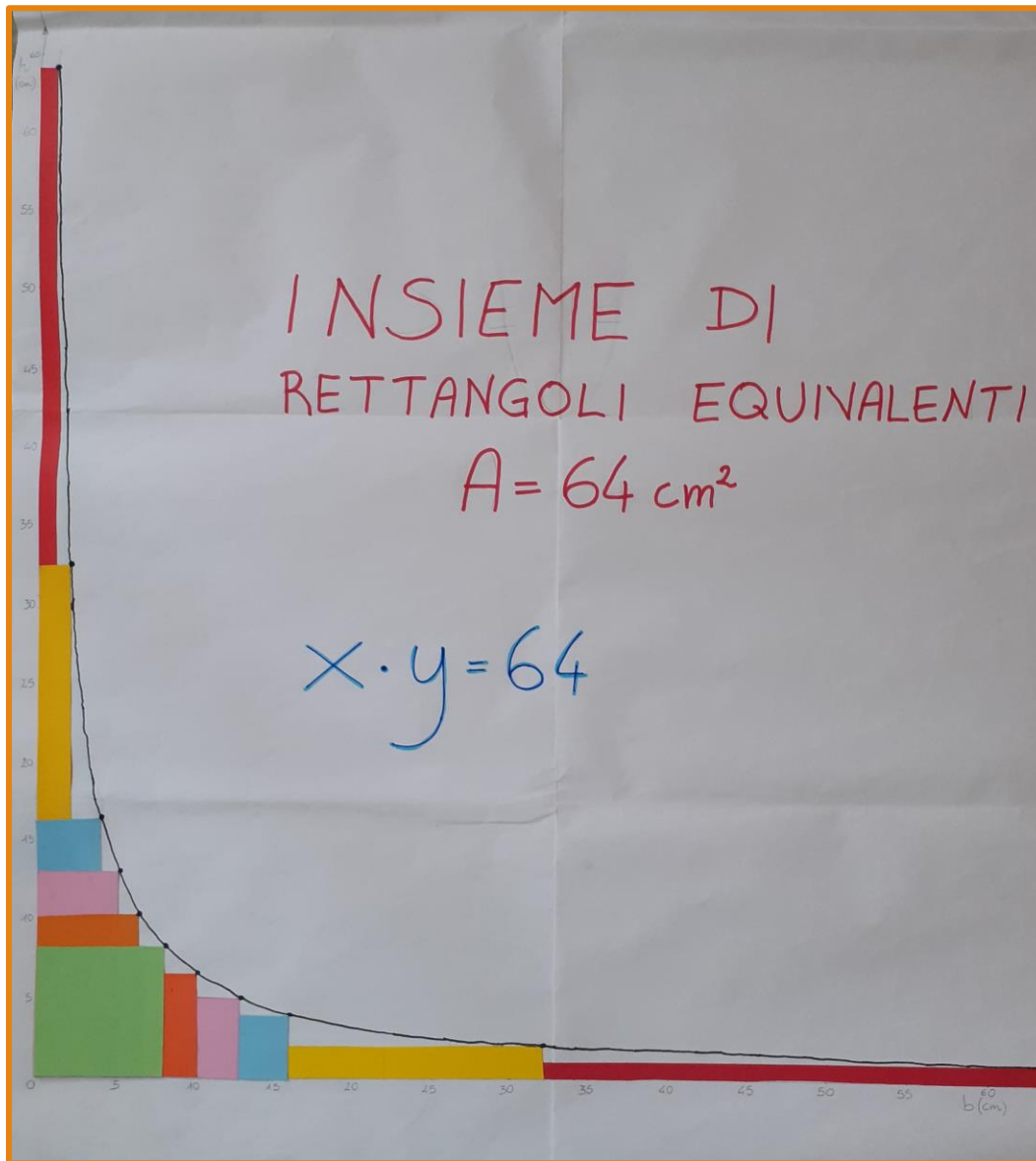
$$x \cdot y = 36$$



Si incontra per la prima volta questa curva. Il quadrato, anche in questa occasione, costituisce un caso particolare.

b	h	P
36	1	74
18	2	40
12	3	30
9	4	26
6	6	24
4	9	26
3	12	30
2	18	40
1	36	74

Il calcolo del perimetro ha dimostrato che, a parità di area, il quadrato è il rettangolo con il perimetro minore.

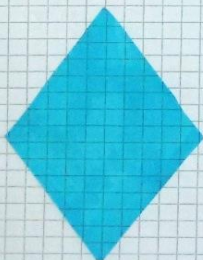


Per consolidare e rendere graficamente più chiara la relazione tra base e altezza, abbiamo ripetuto l'attività con rettangoli equivalenti di area pari a 64 cm^2 . Gli alunni hanno realizzato i rettangoli a grandezza reale con cartoncino colorato e li hanno incollati su un piano cartesiano realizzando un cartellone. L'iperbole si costruisce unendo i punti in corrispondenza del vertice in alto a destra; è evidente, ancora una volta, la presenza del quadrato come caso particolare.

I parallelogrammi: ora la prof non ci frega!

Continuiamo con i quadrilateri

X CASA



La figura è un parallelogramma?

~~SI~~ NO

Perché?

Perché ha le caratteristiche di un parallelogramma anche se con lati tutti uguali anziché uguali a due a due

SI: 22 NO: 0

LA FIGURA È UN PARALLELOGRAMMA?

~~SI~~ NO³

PERCHÉ HA 2 ANGOLI OTTUSI, E DUE ACUTI

La figura è un parallelogramma?

~~SI~~; NO

perché?

perché ha i lati paralleli a due a due

prof. OK



LA FIGURA È UN PARALLELOGRAMMA?

~~SI~~ NO

Perché?

HA 1 LATI UGUALI A 2 A 2

SI: 14 NO: 8

LA FIGURA È UN PARALLELOGRAMMA?

~~SI~~ NO³

PERCHÉ HA 1 LATI UGUALI A 2 A 2

SI ~~NO~~

Perché?

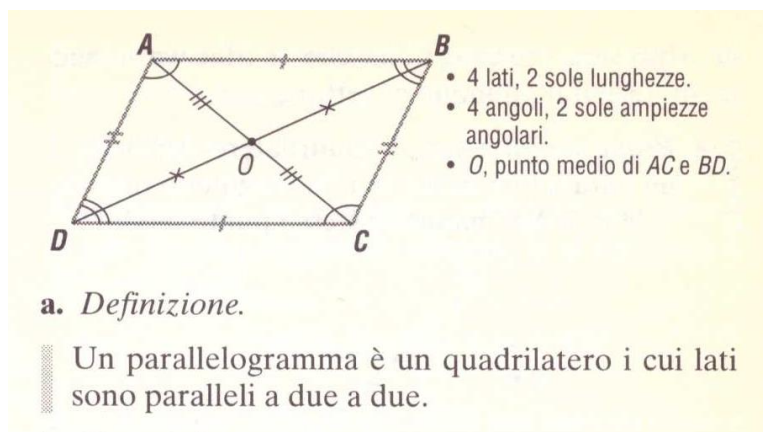
Secondo me la figura non è un parallelogramma perché quest'ultimo ha due angoli acuti e due angoli ottusi.

Come per il rettangolo ed il rombo, l'insegnante ha disegnato alla LIM un rombo ed un rettangolo e, per ogni figura, ha chiesto che ogni alunno rispondesse alla domanda:

3) La figura è un parallelogramma? Perché?

Avendo ormai capito il ragionamento i SI sono stati molto più numerosi: 22 su 22 nel caso del rombo e 14 su 22 nel caso del rettangolo. Diversi alunni hanno motivato correttamente la risposta, anche se la maggioranza ha avuto difficoltà non conoscendo la definizione corretta di parallelogramma.

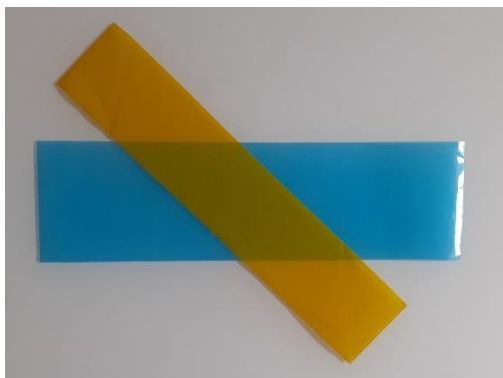
Sempre con l'aiuto del dizionario matematico abbiamo scritto la definizione di parallelogramma, convincendo facilmente anche i più incerti che il rombo e il rettangolo ne costituiscono casi particolari.



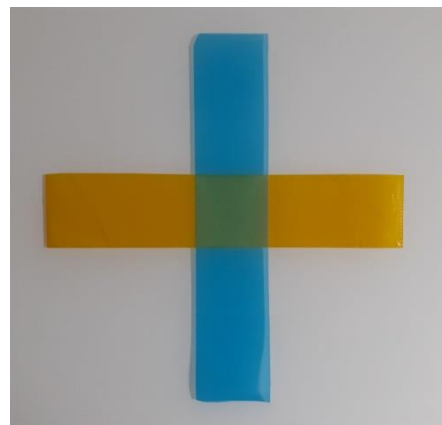
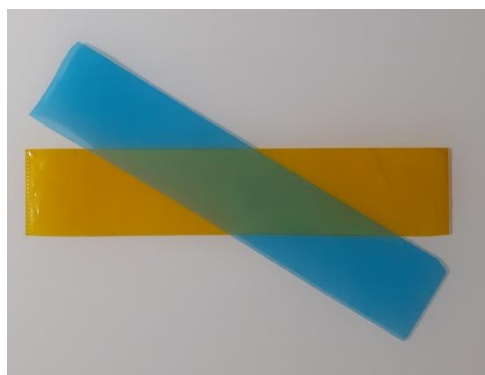
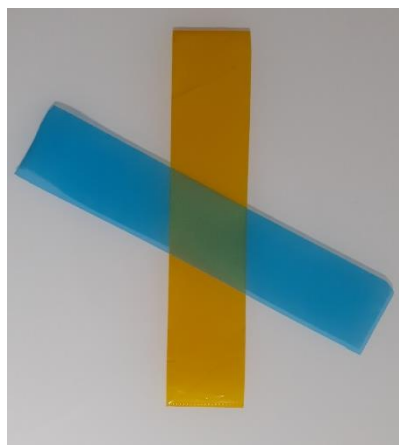
PARALLELOGRAMMA
quadrilatero con due
coppie di lati paralleli



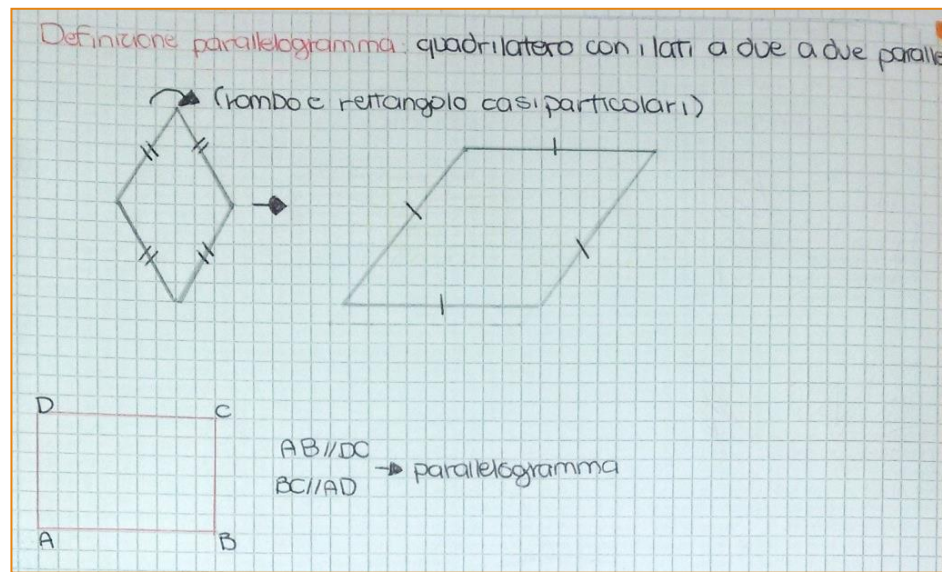
Per visualizzare meglio il modo in cui si possono ottenere i parallelogrammi, si possono utilizzare strisce di plastica colorata, due della stessa larghezza ed una di larghezza diversa.



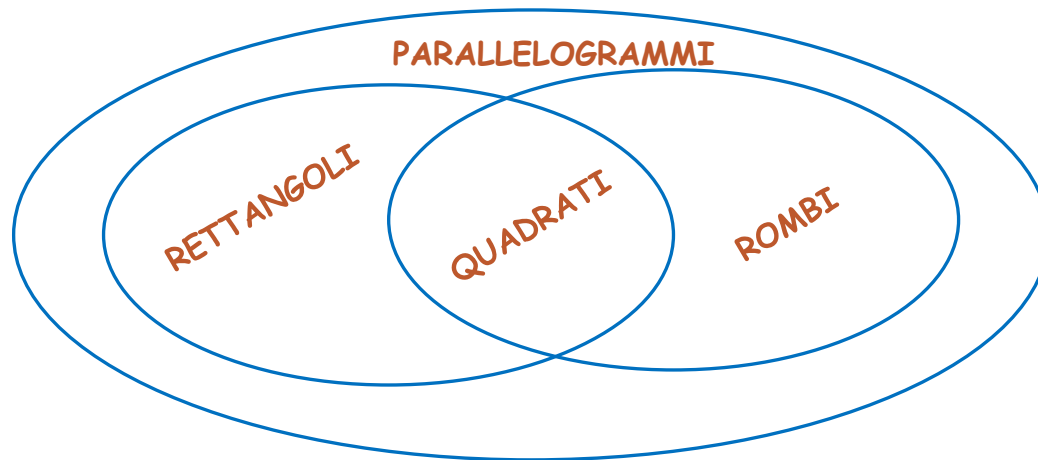
Due coppie di rette parallele individuano sempre un parallelogramma, rappresentato dalla regione di sovrapposizione; il rettangolo rappresenta un caso particolare.



Se le strisce sono uguali, si ottiene sempre un rombo; Il quadrato è il caso particolare.



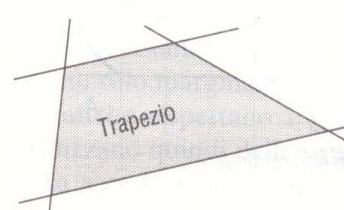
Se i rombi e i rettangoli (e quindi i quadrati) sono parallelogrammi particolari, come modificiamo la precedente rappresentazione di Eulero-Venn? Discutiamo e concordiamo che deve essere la seguente:



... E concludiamo con i trapezi

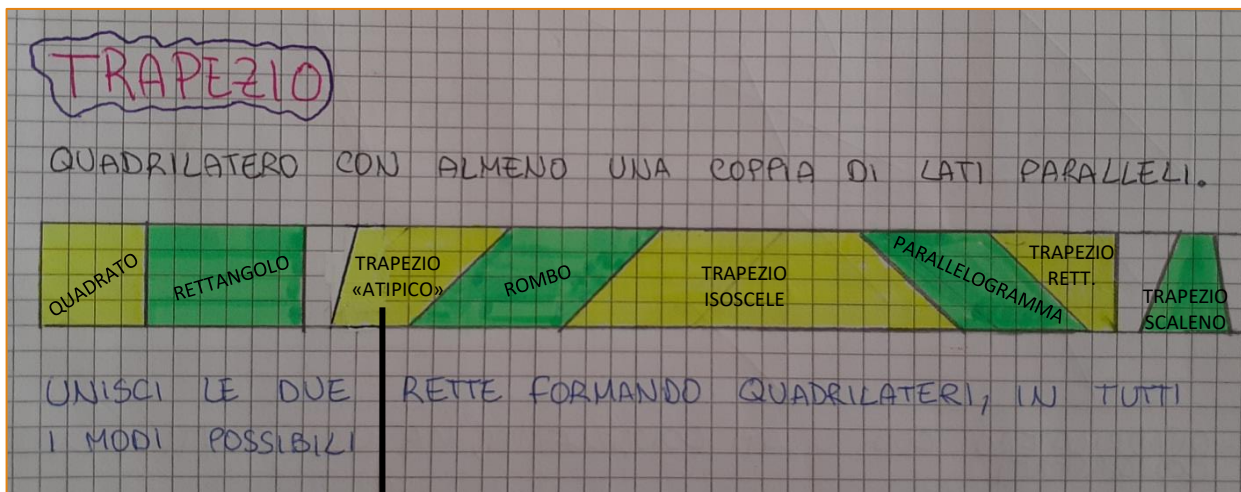
Il lavoro sui trapezi è stato un po' diverso. Ai ragazzi è stato chiesto di cercare la definizione di trapezio:

2. a. Un trapezio è un *quadrilatero* convesso particolare avente due lati paralleli, detti *basi*,



TRAPEZIO
quadrilatero con
almeno due lati paralleli

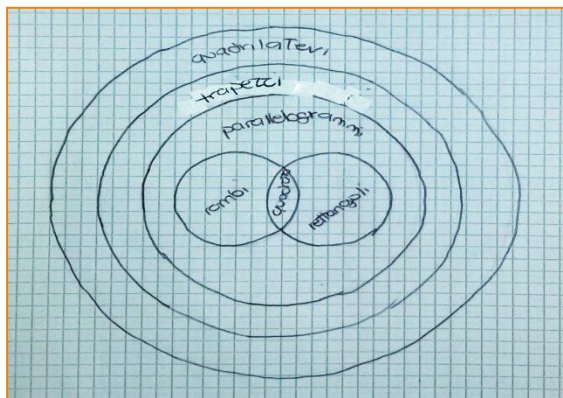
Partendo dalla definizione i ragazzi hanno disegnato due rette parallele e hanno cercato di costruire dei quadrilateri unendo le due rette, mediante due segmenti, in tutti i modi possibili:



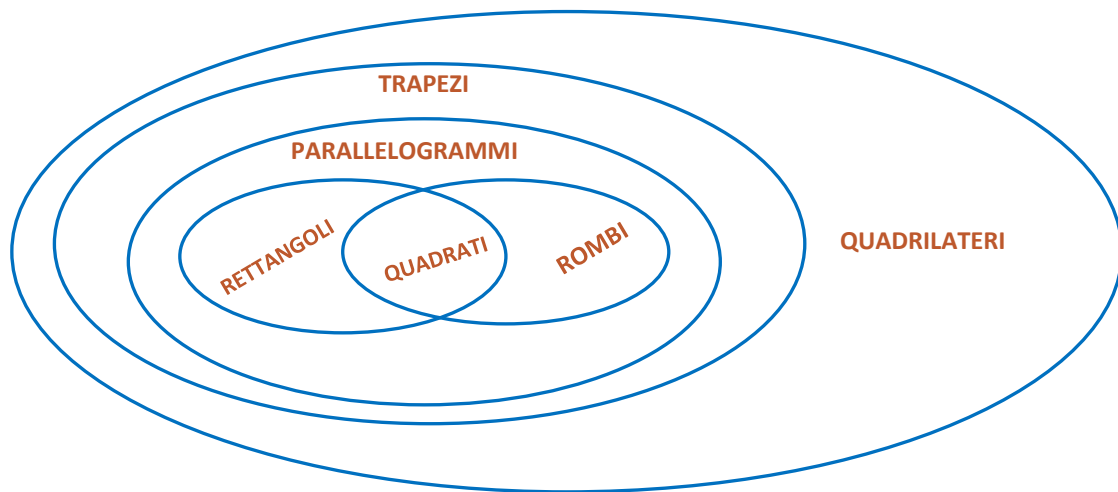
Quasi per caso alcuni ragazzi hanno disegnato il trapezio con i lati non paralleli inclinati dalla stessa parte. Abbiamo definito «atipico» questo tipo di trapezio a cui, di solito, non si pensa.

Si è potuto notare che, in questo modo, si ottengono tutti i tipi di trapezi, ma anche tutti i quadrilateri “più particolari” incontrati fino ad ora. Tutti questi soddisfano la condizione per essere trapezi.

Si è anche completata la rappresentazione di Eulero-Venn dei quadrilateri:



E quindi:



Dopo aver condiviso la definizione di ogni quadrilatero e la classificazione di tipo inclusivo, l'insegnante ha proposto una tabella sintetica in cui ogni alunno ha scritto le proprietà rispetto ai lati e agli angoli. Tali proprietà sono state ricavate mediante una discussione collettiva alla LIM.

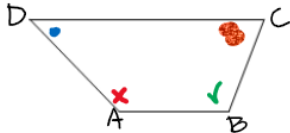
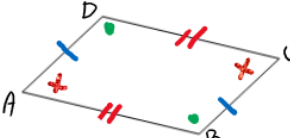
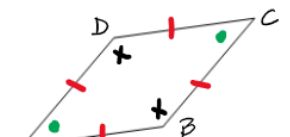
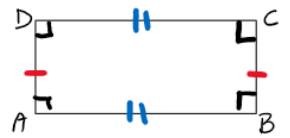
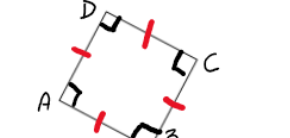
Si è cercato di rappresentare ogni quadrilatero in posizione “non convenzionale”, in modo da consolidare l'idea che la classe di appartenenza deve essere valutata in base alle proprietà, non limitandosi ad un disegno stereotipato.

Mediante opportuni simboli grafici sono stati indicati gli elementi geometrici congruenti e le relazioni tra di essi.

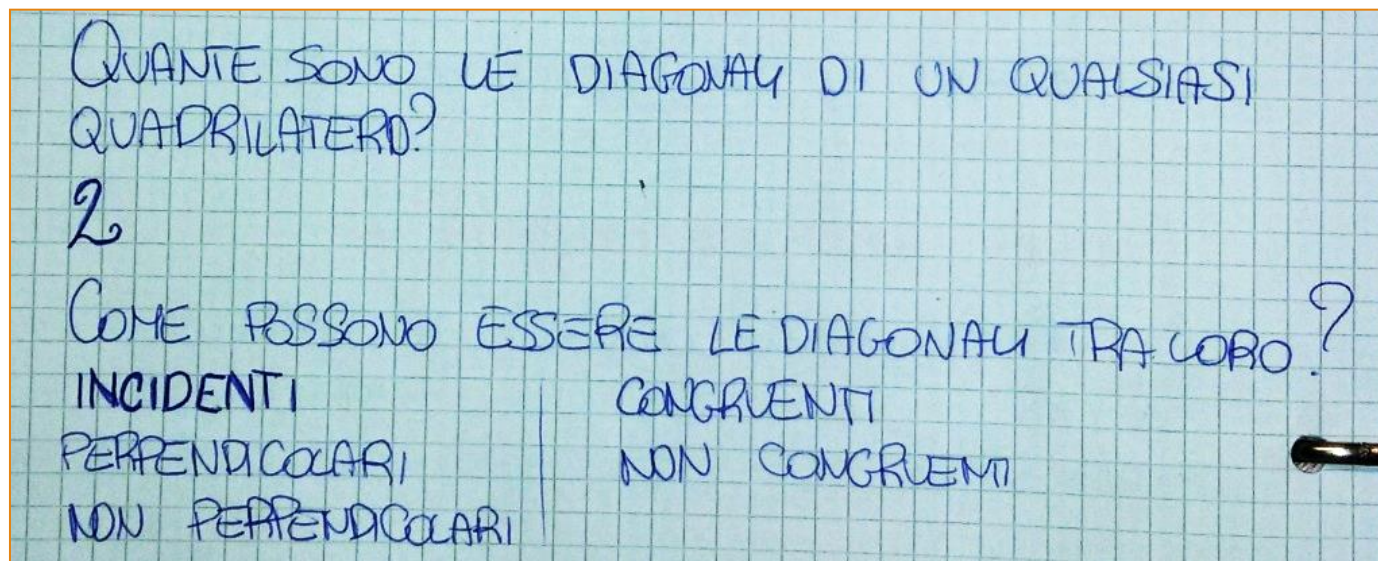
La colonna relativa alle proprietà delle diagonali sarà completata alla fine del percorso.

3. Ricaviamo le proprietà dei quadrilateri

CLASSIFICAZIONE E PROPRIETÀ DEI QUADRILATERI

NOME DEL QUADRILATERO	DEFINIZIONE	PROPRIETÀ LATI	PROPRIETÀ ANGOLI	PROPRIETÀ DIAGONALI
 TRAPEZIO	QUADRILATERO CON ALMENO UNA COPPIA DI LATI PARALLELI	(Nessuna in particolare)	$S_{int} = 360^\circ$ $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$	
 PARALLELOGRAMMA	QUADRILATERO CON DUE COPPIE DI LATI PARALLELI $AB \parallel DC \quad BC \parallel AD$	$AB = DC$ $BC = AD$ lati opposti congruenti	$S_{int} = 360^\circ$ $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ,$ $\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ, \hat{D} + \hat{A} = 180^\circ$ ANGOLI CONSECUTIVI SUPPLEMENTARI	
 ROMBO	QUADRILATERO CON QUATTRO LATI CONGRUENTI $AB = BC = CD = AD$	v. parallelogramma	$S_{int} = 360^\circ$ $\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$ $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ, \dots$	
 RETTANGOLO	QUADRILATERO CON QUATTRO ANGOLI CONGRUENTI $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$	v. parallelogramma	$S_{int} = 360^\circ$ tutti retti	
 QUADRATO	QUADRILATERO EQUILATERO E EQUIANGOLO	v. rombo $AB = BC = CD = AD$	$S_{int} = 360^\circ$ tutti retti	

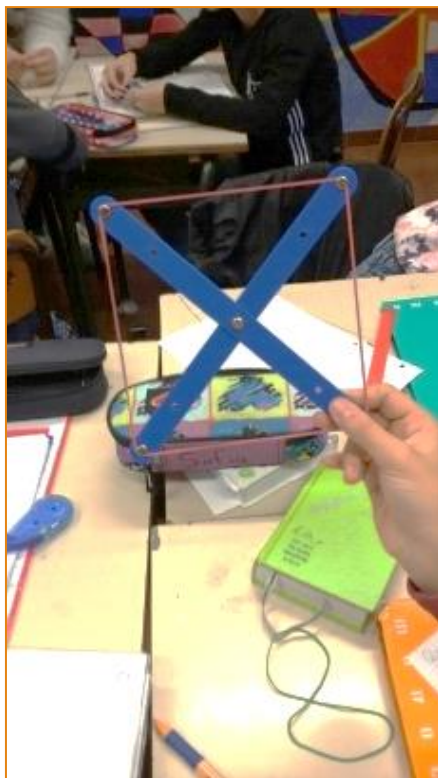
4. Classifichiamo in base alle diagonali



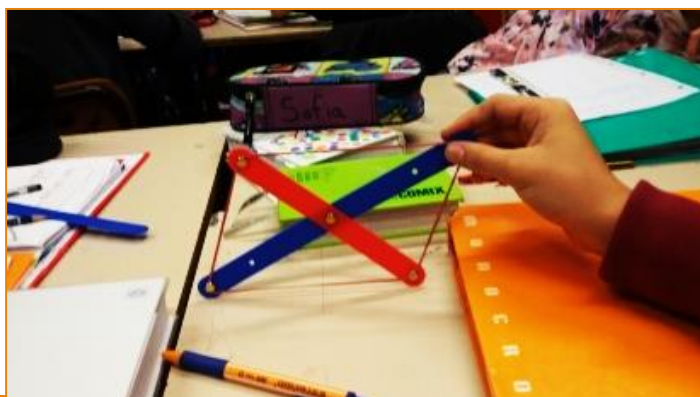
	congruenti	non congruenti
$\perp$		
non $\perp$		

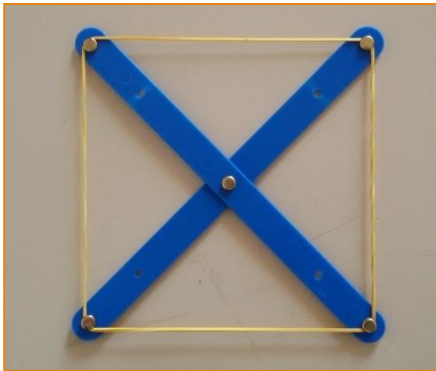
Abbiamo completato la tabella provando le quattro combinazioni.

Inizialmente per ridurre il numero di possibilità, ottenendo comunque i quadrilateri principali, abbiamo fatto incontrare le diagonali nel loro punto medio.

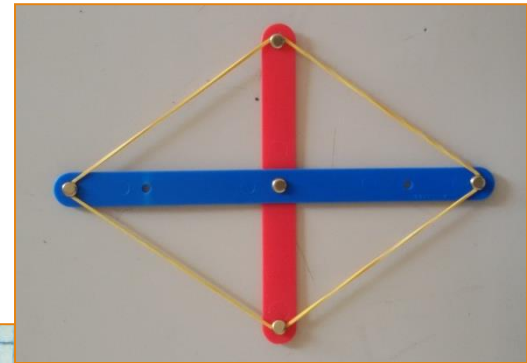


Asticelle,
elastici
e fermacampioni

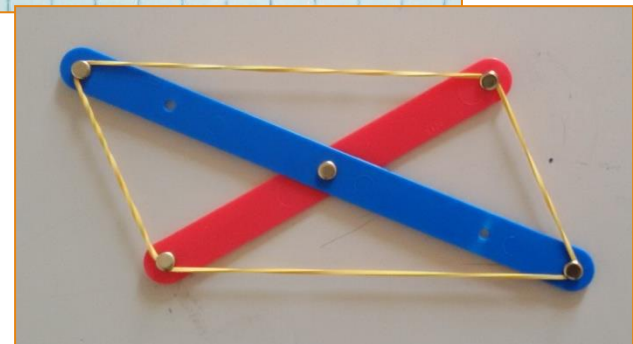
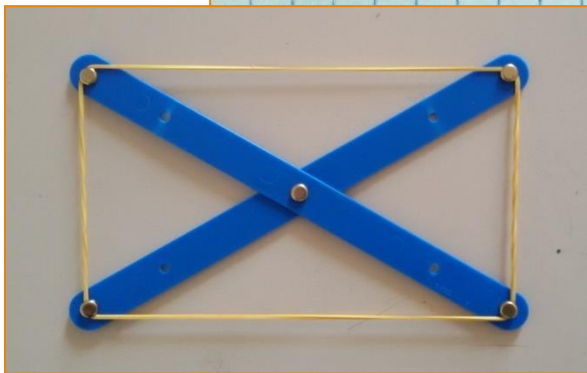




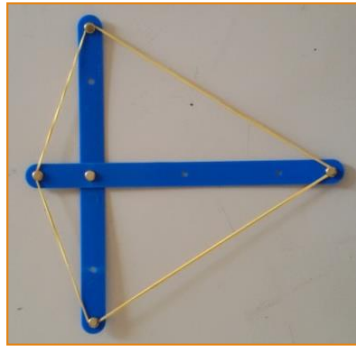
Se le diagonali si incontrano nel loro punto medio...



	CONGRUENTI	NON CONGRUENTI
L	QUADRATO	ROMBO
NON L	RETANGOLO	PARALLELOGRAMMA



Se le diagonali non si incontrano nel punto medio di entrambe si ottengono altri quadrilateri; tra questi i DELTOIDI (gli aquiloni) di cui abbiamo dato la definizione.

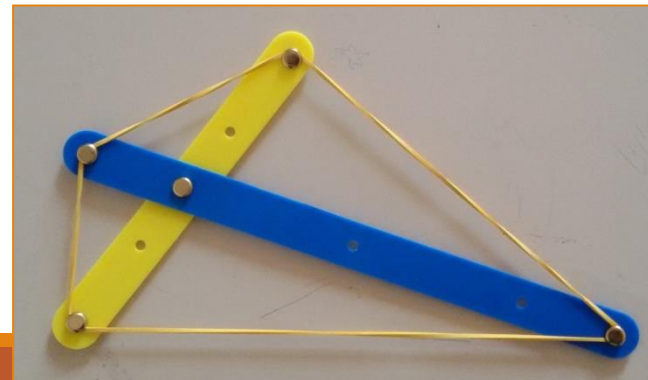
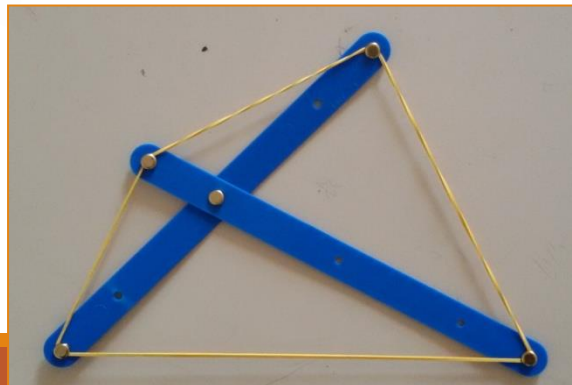


n.b.= In questi casi le diagonali si dividono sempre a metà

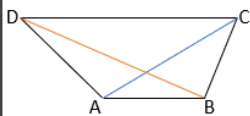
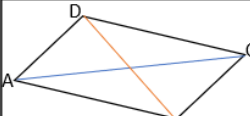
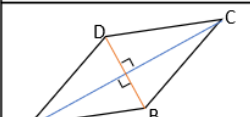
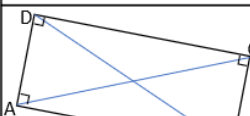
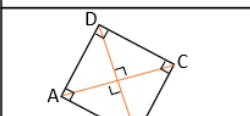
Se le diagonali non si dividono a metà otteniamo figure meno regolari:

-TRAPEZIO,

-DELTOIDE $\rightarrow$ def: deltoide=QUADRILATERO CON DUE LATI CONSECUTIVI CONGRUI (aquilone)



A questo punto è possibile completare la tabella delle proprietà che, opportunamente riscritta dall'insegnante, è diventata uno strumento compensativo per gli alunni con DSA.

PROPRIETÀ DEI QUADRILATERI PRINCIPALI				
NOME	DEFINIZIONE	PROPRIETÀ LATI	PROPRIETÀ ANGOLI	PROPRIETÀ DIAGONALI
 TRAPEZIO	QUADRILATERO CON ALMENO UNA COPPIA DI LATI PARALLELI $AB \parallel CD$	/	$S_{INT} = 360^\circ$ $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$	/
 PARALLELOGRAMMA	QUADRILATERO CON DUE COPPIE DI LATI PARALLELI $AB \parallel CD, BC \parallel AD$	LATI OPPOSTI CONGRUENTI $AB = DC, BC = AD$	$S_{INT} = 360^\circ$ $\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$ $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ, \dots$ ANGOLI CONSECUTIVI SUPPLEMENTARI	DIAGONALI CHE SI DIVIDONO A METÀ
 ROMBO	QUADRILATERO CON QUATTRO LATI CONGRUENTI $AB = BC = CD = AD$	$AB = BC = CD = AD$	$S_{INT} = 360^\circ$ $\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$ $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ, \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ, \dots$ ANGOLI CONSECUTIVI SUPPLEMENTARI	DIAGONALI PERPENDICOLARI, $AC \perp BD$ SI DIVIDONO A METÀ
 RETTANGOLO	QUADRILATERO CON QUATTRO ANGOLI CONGRUENTI (RETTI) $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$	LATI OPPOSTI CONGRUENTI $AB = DC, BC = AD$	$S_{INT} = 360^\circ$ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$	DIAGONALI CONGRUENTI, SI DIVIDONO A METÀ
 QUADRATO	QUADRILATERO CON QUATTRO ANGOLI E QUATTRO LATI CONGRUENTI	$AB = BC = CD = AD$	$S_{INT} = 360^\circ$ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$	DIAGONALI CONGRUENTI E PERPENDICOLARI, $AC \perp BD$ SI DIVIDONO A METÀ

5. «Indovina chi... geometrico!»

Come attività finale di consolidamento sulle definizioni dei quadrilateri, si propone una sorta di gioco in cui, date le caratteristiche di angoli, lati e diagonali, gli alunni devono disegnare tutti i poligoni corrispondenti e scriverne il nome. Ad ogni descrizione possono corrispondere 0, 1 o più soluzioni:

Quadrilatero/i con:

- Due coppie di lati congruenti
- Non tutti i lati congruenti

Quadrilatero/i con:

Parallelogramma con lati tutti congruenti

Quadrilatero/i con:

• Due coppie di angoli congruenti non retti

Quadrilatero/i con:

- Quattro angoli congruenti

Quadrilatero/i con:

- Diagonali perpendicolari

Quadrilatero/i con:

- Diagonali congruenti, non perpendicolari

Quadrilatero/i con:

• Trapezio con due diagonali congruenti

Quadrilatero/i con:

Diagonali perpendicolari

Lati tutti diversi

Quadrilatero/i con:

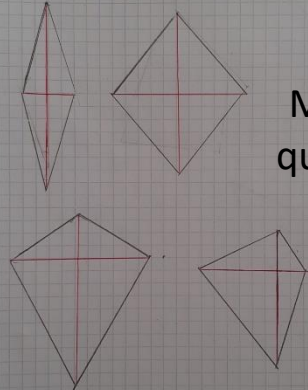
- Diagonali che si dividono a metà
- Lati tutti diversi

Qualche esempio:

INDOVINA CHI... GEOMETRICO!

N.B. ci possono essere 0,1 o più soluzioni

1. QUADRILATERO CON DIAGONALI PERPENDICOLARI



Manca il quadrato!

N.B. il deltoide è un quadrilatero con due coppie di lati consecutivi congruenti

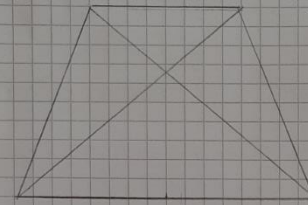
5. QUADRILATERO CON DIAGONALI PERPENDICOLARI CHE NON SI DIVIDONO RECIPROCAMENTE A METÀ.

Molti non sono riusciti a trovare soluzioni

3. TRAPEZIO CON 2 DIAGONALI CONGRUENTI

TRAPEZIO ISOSCELE

C'erano altre soluzioni...



N.B.

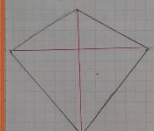
IL DATO HA 0 o 1 soluzione con
due coppie di lati consecutivi congruenti
QUADRILATERO con DUE coppie di lati consecutivi
MA NON TUTTI I LATI CONGRUENTI

TRAPEZIO, deltoide, rettangolo

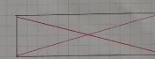


3 QUADRILATERO CON DUE COPPIE DI LATI CONSECUTIVI MA NON TUTTI CONGRUENTI

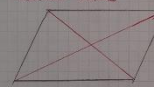
DELTOIDE



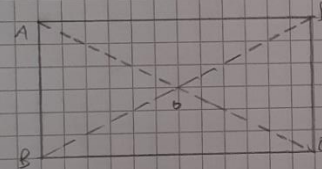
RETTANGOLO



TRAPEZIO CONCAVO



F.



Quadrilatero con
diagonali congruenti
non perpendicolari =
Rettangolo

$$\overline{AC} = \overline{BD}$$

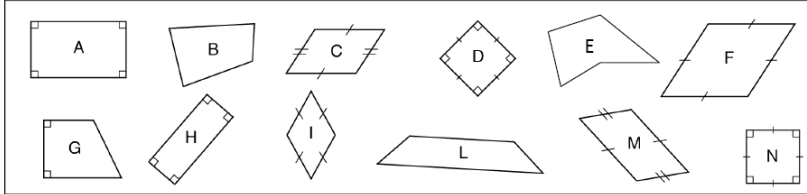
Nella discussione collettiva sono state condivise e discussi i disegni degli alunni, in modo da trovare tutte le soluzioni possibili. È emerso che le difficoltà maggiori sono state di tipo lessicale.

VERIFICA DEGLI APPRENDIMENTI

A

Nome _____ Cognome _____ Classe _____ Data _____

1. Osserva e completa (scrivi le lettere):



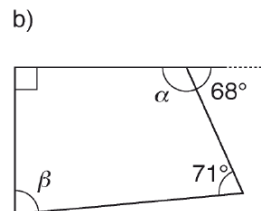
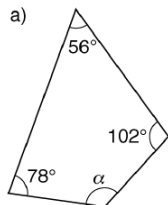
- a) quadrilateri _____
 b) trapezi _____
 c) parallelogrammi _____
 d) rettangoli _____
 e) rombi _____
 f) quadrati _____

2. Disegna un quadrilatero (uno per lettera!) che ha:

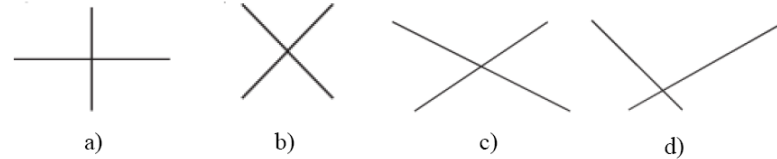
- a) tutti i lati della stessa lunghezza ma non è un quadrato
 b) due lati paralleli ma non è un parallelogramma
 c) quattro angoli uguali ma non è un quadrato
 d) le diagonali perpendicolari, congruenti, che si tagliano nel loro punto medio

Scrivi il nome di ogni quadrilatero accanto alla figura.

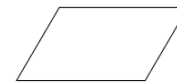
3. Calcola l'ampiezza degli angoli α e β .



4. I seguenti disegni rappresentano le diagonali di alcuni quadrilateri. Unisci i vertici e scrivi quale quadrilatero ottieni. Descrivi le proprietà delle diagonali.



5. Rispondi alle domande:

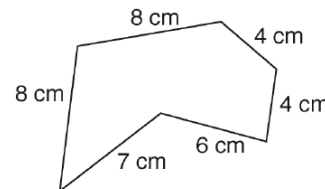


Questa figura è un trapezio? SI NO
 Perché?

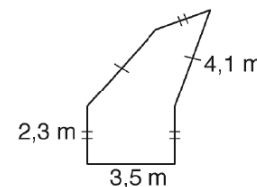


Questa figura è un rettangolo? SI NO
 Perché?

6. Calcola il perimetro delle figure:



P =

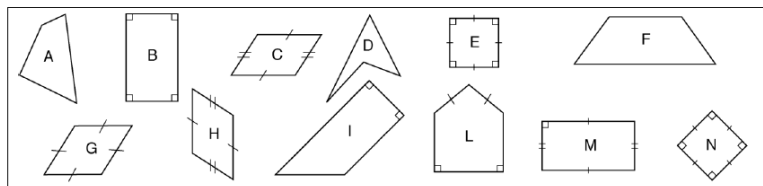


P =

(per alunni con DSA)

Nome _____ Cognome _____ Classe _____ Data _____

1. OSSERVA E COMPLETA (SCRIVI LE LETTERE):



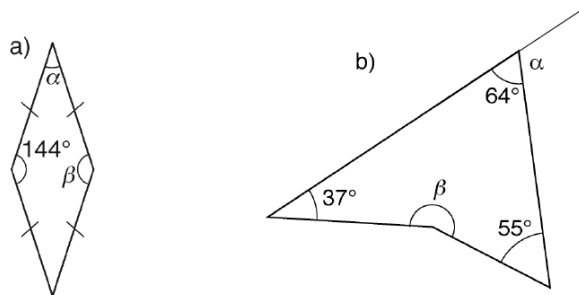
- a) QUADRILATERI _____
 b) TRAPEZI _____
 c) PARALLELOGRAMMI _____
 d) RETTANGOLI _____
 e) ROMBI _____
 f) QUADRATI _____

2. DISEGNA UN QUADRILATERO CHE HA (UN QUADRILATERO PER LETTERA!):

- a) TUTTI I LATI DELLA STESSA LUNGHEZZA MA NON È UN QUADRATO
 b) QUATTRO ANGOLI UGUALI MA NON È UN QUADRATO

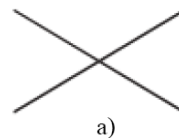
3. CALCOLA L'AMPIEZZA DEGLI ANGOLI α E β .

RICORDA: LA SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI DI UN QUADRILATERO È



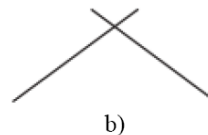
B

4. I SEGUENTI DISEGNI RAPPRESENTANO LE DIAGONALI DI ALCUNI QUADRILATERI. UNISCI I VERTICI E SCRIVI QUALE QUADRILATERO OTTieni. DESCRIVI LE PROPRIETÀ DELLE DIAGONALI.



NOME DEL QUADRILATERO: _____

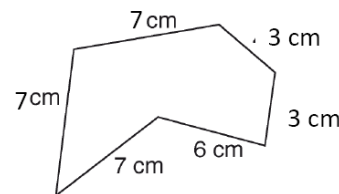
LE DIAGONALI SONO: CONGRUENTI / NON CONGRUENTI
 PERPENDICOLARI / NON PERPENDICOLARI
 SI TAGLIANO A METÀ / NON SI TAGLIANO A METÀ



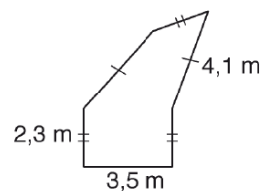
NOME DEL QUADRILATERO: _____

LE DIAGONALI SONO: CONGRUENTI / NON CONGRUENTI
 PERPENDICOLARI / NON PERPENDICOLARI
 SI TAGLIANO A METÀ / NON SI TAGLIANO A METÀ

5. CALCOLA IL PERIMETRO DELLE FIGURE:



P =



P =